

ÉRTEKEZÉSEK EMLÉKEZÉSEK

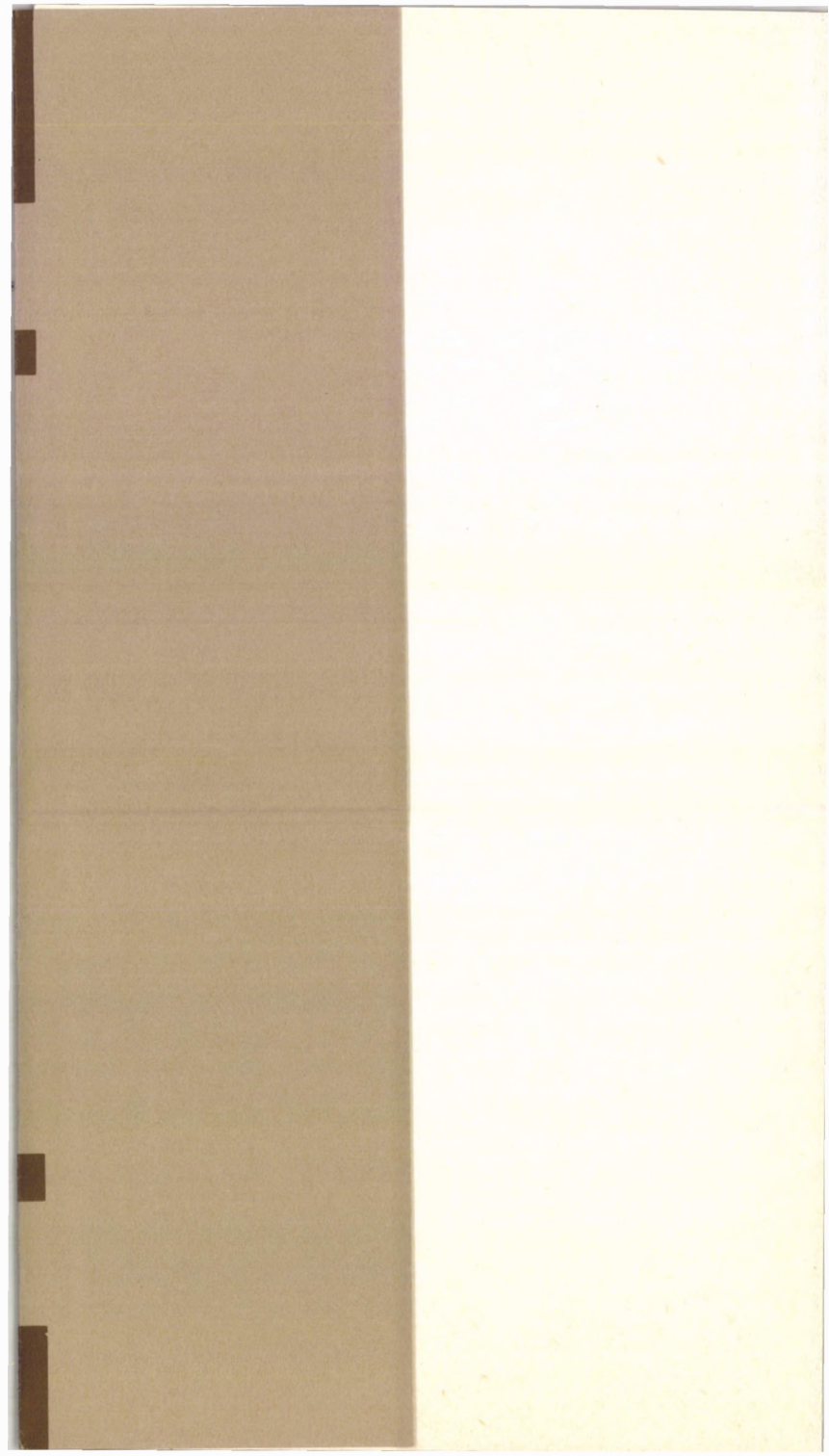
BIRÓ PÉTER

A NEHÉZSÉGI ERŐTÉR
IDŐBELI
VÁLTOZÁSÁNAK
GEODÉZIAI HATÁSA



65

AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST



ÉRTEKEZÉSEK
EMLÉKEZÉSEK

ÉRTEKEZÉSEK EMLÉKEZÉSEK

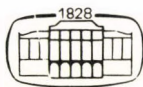
SZERKESZTI
TOLNAI MÁRTON

BIRÓ PÉTER

A NEHÉZSÉGI ERŐTÉR
IDŐBELI
VÁLTOZÁSÁNAK
GEODÉZIAI HATÁSA

AKADÉMIAI SZÉKFOGLALÓ

1986. FEBRUÁR 17.



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

A kiadványsorozatban a Magyar Tudományos Akadémia 1982.
évi CXLII. Közgyűlése időpontjától megválasztott rendes és
levelező tagok székfoglalói — önálló kötetben — látnak
napvilágot.

A sorozat indításáról az Akadémia főtítkárának 22/1/1982.
számú állásfoglalása rendelkezett.

ISBN 963 05 4495 4

© Akadémiai Kiadó, Budapest 1988 · Biró Péter

A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó
és Nyomda Vállalat főigazgatója

Felelős szerkesztő: Sente László

Műszaki szerkesztő: Kiss Zsuzsa

Terjedelem: 4,15 (A/5) ív

HU ISSN 0236-6258

88.16847 Akadémiai Kiadó és Nyomda Vállalat

Felelős vezető: Hazai György

Printed in Hungary

TARTALOM

| | |
|---|----|
| 1. Bevezetés | 7 |
| 2. A természetes koordináták és változásai | 15 |
| 3. A természetes koordináták és az erőter időbeli változásának kapcsolata | 21 |
| 3.1 A magasság és a térerősség időben változó erőterben | 21 |
| 3.1.1 Egyszerű földmodellek vizsgálata | 21 |
| 3.1.2 A magasság és a térerősség a Föld változó erőterében | 33 |
| 3.2 A természetes koordináták változása és a valódi felszínmozgások | 38 |
| 3.2.1 Alapösszefüggések | 40 |
| 3.2.2 A geodéziai-geodinamikai peremérték-feladat térbeli megoldása | 43 |
| 3.2.3 A szatellitageodézia eredményeinek bevonása | 49 |
| 4. Modellszámítások | 63 |
| 5. Geodinamikai következtetések | 73 |
| 6. Irodalom | 81 |



1. BEVEZETÉS

A helymeghatározás mindenkor jelentős szerepet játszott az emberi társadalom kulturális és gazdasági fejlődésében. Enélkül elképzelhetetlen lenne Földünk — sőt ma már a Földön kívüli más égitestek — felszínének számszerű megismerése és térképi ábrázolása, ami viszont számos tudományos felismerésnek, a gazdasági élet irányításának, mindennemű műszaki létesítmény megtervezésének, kivitelezésének stb. alapjául szolgál.

A geodézia módszereinek és műszereinek folyamatos fejlődése egyre nagyobb megbízhatóságú, szabatos helymeghatározásokat tesz lehetővé. Az utóbbi évtizedekben ez már olyan nagyfokú megbízhatóságot ért el, hogy lehetségessé vált a földfelszínen kijelölt egyes pontok helyzetének az emberélethez viszonyított rövidebb idő (1–2 évtized) alatt bekövetkező megváltozásainak kimutatása is. Ez a technikai lehetőség, illetve az ismételt helymeghatározások alkalmával keletkezett felismerés találkozott a földtudományok fejlődése során fellépő azon igénnyel, amely tudományos vizsgálódásaihoz — Földünk egyre mélyrehatóbb megismeréséhez — sürgetően követelte a földfelszín egyes darabjai függőleges és vízszintes értelmű elmozdulásainak vizsgálatát. Ez utóbbi feladat megoldása ma már széles körű interdiszciplináris nemzetközi együttműködések keretében folyik.

Geodéziai helymeghatározásaink szoros kapcsolatban állnak a Föld nehézségi erőterével. Ez a kapcsolat az évszázadok folyamán a tudomány fejlődésével egyre mélyebb szinten tisztázódott. Az utolsó nagy lépéseket ezen a területen a XIX. század és a XX. század első fele nagy tudósainak, nevezetesen Gaussnak, Brunsnak és Helmertnek a munkássága jelentette. Így a XX. század első évtizedeire a helymeghatározás fizikai-matematikai elmélete lényegében véglegesnek tekinthető mai alakjában kikristályosodott. Jelentős újabb lépést jelentett századunk közepén Mologyenszkij munkássága, aki a helymeghatározás elméletét a normál nehézségi erőterre is kiterjesztette. A gyakorlati geodéziai munkálatok napjainkban is az említettek által kidolgozott elméleti alapokra épülnek.

A helymeghatározás elméletének ki nem mondott, de hallgatólagosan általánosan elfogadott kiinduló feltételezése az, hogy a földi nehézségi erőter szintfelületeinek térbeli helyzete az időben változatlan, vagyis, hogy a nehézségi erőter az időben állandó. Ennek az alapelvnek a legszembetűnőbb alkalmazása a mozgásvizsgálatokban jelentkezik, amikor is az azonos pontok között meghatározott időközökben megismételt mérések által kimutatott koordinátaváltozásokat kizárólagosan a felszíni pontok függőleges és vízszintes értelmű elmozdulásának tulajdonítják.

A XX. század emberében azonban joggal vetődik fel a kérdés, hogy ha a világmindenségben minden folyamatos átalakulásban, fejlődésben van, miért lenne akkor kivétel a Föld tömegeloszlása, alakja, méretei, nehézségi erőtere és ezzel együtt ennek szintfelületei. Az Univerzum általános törvényei alól bizonyára ezek sem képeznek kivételt, de lehetséges, hogy a változások olyan lassú folyamat keretében jönnek létre, hogy a földtörténeti időkhöz képest csekélynek számító, néhány évtizedes vagy akár évszázados viszonylatban ezek mérési pontosságunkon belül maradnak.

Nyilvánvalóan ez utóbbi volt a valóságos helyzet egészen a legutóbbi időkig. A legutóbbi évtizedek gyors műszaki fejlődése már lehetővé tette egyrészt egyes földi pontokon a nehézségi térerősség abszolút értékének, másrészt a szomszédos földfelszíni állomások között a térerősség relatív különbségének minden eddiginél nagyobb megbízhatóságú meghatározását. A mérőeszközök és a mérési módszerek fejlődésének eredményeként már ismételt mérések eredményei is rendelkezésre állnak egyes állomásokon a térerősség abszolút értékére, illetve egyes különleges vizsgálati vonalak mentén a relatív térerősség-különbségekre, melyeknek eredményei felvetik az erőter időbeli változásának kérdését.

Más oldalról a földtudományi ismeretek gyarapodása egyre kevésbé támasztja alá azt a korábbi statikus szemléletet, aminek része az

időben állandó nehézségi erőter feltételezése. Így napjainkban — a korszerű dinamikai szemlélet alapján — egyre inkább számításba kell vennünk az erőter időbeli változásának lehetőségét, és meg kell vizsgálni ennek hatásait geodéziai méréseink eredményeire.

A nehézségi erőternek az árapályhatás által okozott *rövid periódusú* változásai régóta jól ismertek. Jól felszerelt obszervatóriumokban folyamatosan végzik ennek megfigyelését és a mérési eredmények feldolgozását. Az árapály-regisztrátumok mélyreható analízise számos értékes földfizikai információt eredményezett. A geodéták hamarosan kidolgozták azokat a módszereket, amelyek lehetővé teszik az árapályjelenség hatásának figyelembevételét a szabatos magasságmérésekben. Rövid periódusú jelenségről és a mérési pontosság határán mozgó hatásról lévén szó, emiatt az alapfeltevést még korrigálni nem kellett, a hatás egy javítással figyelembe vehető. Ezért ezzel a kérdéssel a továbbiakban nem fogunk foglalkozni, de eredményeink általában értelemszerűen alkalmazhatók a rövid periódusú változásokra is.

A Föld fizikai folyamatainak egyre jobb megismerése és az ennek eredményeként kifejlődött geodinamikai szemlélet egyre inkább kizárja annak lehetőségét, hogy a nehézségi erőter *hosszú periódusú* és *szekuláris* változásait figyelmen kívül hagyjuk. Az erőternek

ilyen jellegű változásait több ismert ok is eredményezi.

Így például a legutóbbi évtizedek nagy pontosságú kvarc-, molekula-, illetve atomórái tették lehetővé a *Föld forgási sebessége* változásainak tanulmányozását. A forgási sebesség szekuláris és rövid periódusú változásai nyilván a nehézségi erőter időbeli változásait okozzák, ámbar ezek inkább csak geológiai idők alatt válnak jelentőssé.

Ismereteseek továbbá a *Föld tömegének eloszlásában* a Föld belsejében és ennek felszínén lejátszódó folyamatok következtében beálló *folyamatos* változások. Ezek egy része (pl. az erózió, egyes hegyképző mozgások, üledékek tömörödése) viszonylag lassú ütemben lejátszódó, évtizedek alatt csekély hatású folyamatok, amelyek korábban is ismertek voltak, de még nem tették sürgetővé alapfeltevésünk felülvizsgálatát.

Azonban a legutóbbi két évtizedben, és még napjainkban is, több földtudományi felismerés és ennek alapján a geodinamikai szemlélet előtérbe kerülése azt engedi sejtetni, hogy a Föld belsejében mind a felszín közelében, a litoszférában, mind pedig a mélyebb rétegekben olyan *viszonylag nagy sebességű* és mértékű anyag- és energiaáramlások, különböző okokból (pl. dinamikai folyamatok, izosztikus mozgások, szeizmikus és vulkáni tevékenység) bekövetkező tömegátrendeződések lehetnek, amelyek a nehézségi erőternek to-

vábbi jelentős időbeli változásait okozhatják. Ezeknek mértéke nagyságrenddel felülmúlhatja a korábban említetteket, és hatásuk meghaladhatja az időközben amúgy is rohamosan fejlődő mérési pontosságot.

A Föld tömegelrendeződésében fellépő ilyen mértékű és sebességű változások létezésének egyenes következménye az, hogy az ezzel járó gravitációs hatásnak meg kell nyilvánulnia a szintfelületek helyzetének, alakjának időbeli változásának, a földfelszíni pontok nehézségi térerősségének és a helyi függőleges irányának folyamatos változásában is.

Ilyen körülmények között szükségessé vált a helymeghatározás klasszikus alapelveinek felülvizsgálata, és ezért célul tűztük ki annak vizsgálatát, hogy a nehézségi erőter bármilyen okból származó időbeli megváltozása milyen hatást gyakorol a szintfelületek, illetve a földfelszíni pontok helyzetét jellemző geodéziai koordinátákra.

A nehézségi erőterre vonatkozó számszerű ismereteinket az erőter intenzitásának a mérése által szerezzük. Feladatunk megoldása során szükségszerűen merült fel tehát az a további kérdés: hogyan viselkedik a földfelszínen mérhető nehézségi térerősség az időben változó erőterben.

Ezen kérdések megválaszolása után jutottunk abba a helyzetbe, hogy vizsgálhassuk a Föld időben változó erőterében végzett ismételt geodéziai helymeghatározások és nehéz-

ségi térerősség mérési eredményeinek valódi fizikai tartalmát abból a szempontból, hogy belőlük milyen következtetéseket lehet levonni a felszín függőleges és vízszintes elmozdulására, valamint a nehézségi erőter időbeli változására vonatkozóan.

Ilyen célú tudományos vizsgálatok elvégzését a gyakorlat szempontjából sürgetően szükségessé tette az a körülmény, hogy az utóbbi évtizedekben a Föld több helyén vizsgálati mérések kezdődtek egyrészt a földfelszín recens elmozdulásainak, másrészt a nehézségi erőter időbeli változásainak számszerű meghatározására, továbbá ezek kapcsolatának vizsgálatára. A felszínmozgások vizsgálatának klaszikus módszere az ismételt geodéziai szintezés és földrajzi helymeghatározás, a nehézségi erőter időbeli változásaira pedig az ismételt földfelszíni nehézségi térerősség mérések eredményei alapján próbálnak következtetni. Ahhoz, hogy az említett mérések eredményeiből helyes következtetéseket lehessen levonni, pontosan ismerni kell mérési eredményeink valódi fizikai-geometriai tartalmát.

Kutatásaink eredményeivel hozzá kívánunk járulni a geodéziatudomány általános fejlődéséhez és szorosabb értelemben a Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió jelenkori függőleges kéregmozgások vizsgálatával foglalkozó állandó munkabizottsága (CRCM), a Nemzetközi Geodéziai Szövetségnek az erőter nem árapály jellegű változásaival foglalkozó SSG 3.40

és a nemzetközi abszolút gravitációs világhálózat kidolgozásával foglalkozó SSG 3.71 munkacsoportjának, valamint a szocialista akadémiák multilaterális együttműködése keretében alakított „Planetáris Geofizikai Kutatások Bizottsága” (KAPG) tudományos célkitűzéseinek megoldásához.

A vázolt kérdéskört első alkalommal Moszkvában, a Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió (IUGG) 1971. évi XV. Közgyűlésén előterjesztett beszámolóban vetettük fel. A kérdés kutatásával azóta a Budapesti Műszaki Egyetem Geodéziai Intézete Felsőgeodézia Tanszékén a „Geodinamikai kutatások geodéziai alapjai” elnevezésű intézményi kutatási feladat keretében foglalkozunk. Ebben a munkában eredményesen vesznek részt az itt kialakult iskola tagjai, aspiránsok, tudományos ösztöndíjasok, diplomatervező és tudományos diákköri munkát végző egyetemi hallgatók stb. Kutatásaink eredményeit doktori és kandidátusi értekezésekben, illetve angol nyelvű szakönyvben foglaltuk össze, az egyes részeredményeket számos magyar és idegen nyelvű tanulmányban és előadásban tettük közzé. Jelen székfoglaló keretében a mintegy másfél évtizedes intenzív tudományos kutatómunka eredményeinek tömör, áttekintő összefoglalására törekszünk.

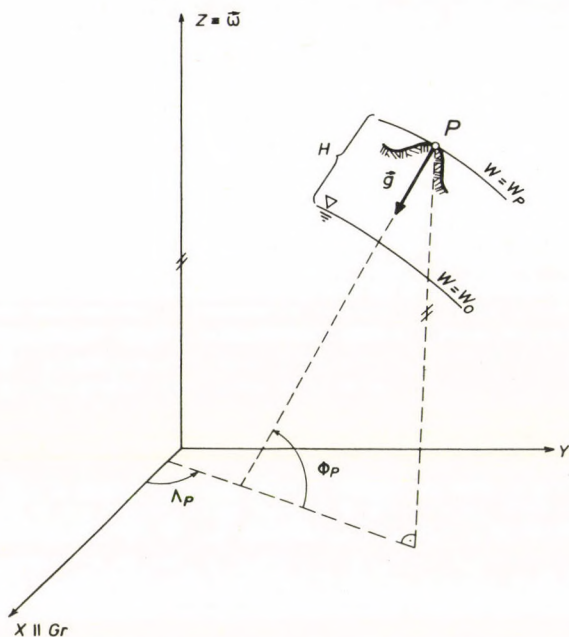
2. A TERMÉSZETES KOORDINÁTÁK ÉS VÁLTOZÁSAIK

A geodézia a térben kijelölt pontok helyzetét valamilyen célszerűen megválasztott vonatkozási rendszerben értelmezett *koordinátákkal* jellemzi. A koordináta-rendszer megválasztásakor döntő gyakorlati szempont, hogy a helyzetjellemző mennyiségek vagy közvetlenül mérhetők, vagy mérési eredményekből megfelelő matematikai összefüggésekkel számíthatók legyenek. Ennek egyik alapvető feltétele, hogy a vonatkozási rendszer maga a természetben megfelelő módon kijelölhető legyen.

A geodéziai gyakorlat kiterjedten alkalmazza az ún. *természetes koordinátákat* (1. ábra). Ezek ugyan jobbára geometriai mennyiségek, de azáltal, hogy őket a Föld nehézségi erőterében értelmezzük, fizikai tartalmat nyernek.

Az (X, Y, Z) *koordináta-rendszer* tengelyeit úgy vesszük fel, hogy Z tengelye egybeessék a CIO nemzetközi közepes pólushelyzet irányával, X tengelye párhuzamos legyen a BIH–CIO közepes greenwichi kezdő meridiánsíkkal és Y tengelye ezekre merőleges legyen. Ez a koordináta-rendszer tehát a Föld tömegéhez kötött, vele együtt forog és kering a térben.

Valamely P pont *szintfelületi földrajzi szélességén* a pontbeli nehézségi erő iránya által kijelölt helyi függőleges iránynak a Z tengelyre merőleges XY síkkal bezárt Φ_P szögét értjük.



1. ábra. A természetes koordináták

A pont *szintfelületi földrajzi hosszúságát* pedig a helyi függőleges iránynak (a nehézségi térerősség irányának) a greenwichi kezdő meridiánsíkkal párhuzamos XZ síkkal bezárt Λ_P szögeként értelmezzük.

A P pont harmadik természetes koordinátájaként a pontnak valamely kijelölt alapszintfelülethez (többnyire jó közelítéssel valamely középtengerszinthez) viszonyított $W_0 - W_P$ *potenciálkülönbségét* használjuk. Gyakorlati célra azonban az utóbbit távolság jellegű mérőszám-

má alakítjuk át, amit (tengerszint feletti) H_P *magasságnak* nevezünk. A magasság (pontosabban az ortométeres magasság) tehát a földi nehézségi erőter potenciáljának a P ponton átmenő és a (többnyire valamely középtengerszint közelében kijelölt) magassági kezdőponton átmenő szintfelülete közötti távolság, a P pont függővonalán mérve.

Ily módon pontok térbeli helyzetét az ún. szintfelületi földrajzi vagy más néven természetes koordináta-rendszerben a

$$P(\Phi_P, \Lambda_P, H_P) \quad (1)$$

koordinátahármassal jellemezhetjük. A természetes koordináták mindegyike megfelelő geodéziai mérési módszerrel (földrajzi helymeghatározás, szabatos magasságmeghatározás) gyakorlatilag számszerűen meghatározható.

Bár közvetlenül nem helymeghatározó mennyiség, de a nehézségi erőter szerkezetének (eloszlásának) és az erőter időbeli változásainak tanulmányozásakor a térerősség Φ , Λ iránya mellett nélkülözhetetlen további fontos adat a nehézségi *térerősség* g_P *abszolút értéke is*, amely számszerűen megegyezik a szabadon eső test gyorsulásával, vagy más szóval a nehézségi gyorsulással, és megfelelő módszerrel ugyancsak igen nagy megbízhatósággal mérhető.

Az említett méréseket kellő szabatossággal a szilárd Föld fizikai felszínén kijelölt (és meg-

felelő tartós állandósítással ellátott) pontokban tudjuk elvégezni, így a pontok természetes koordinátái és a nehézségi térerősség értéke a földfelszín alakjára vonatkozó *geometriai* és a földi nehézségi erőterhez kapcsolódó *fizikai* információkat tartalmazó (*kettős jellegű*) mennyiségek. Részletes vizsgálatuk során mindkét jellegre tekintettel kell lenni.

A geodézia kezdeti fejlődési szakaszát mind geometriai, mind fizikai oldalról a *statikai szemlélet* jellemezte, amikor is mind a Föld geometriai alakját, mind a nehézségi erőterét időben *állandónak tekintették*. Ennek értelmében valamely földfelszíni pont valamikor meghatározott természetes koordinátáit és nehézségi térerősség értékét egyszer és mindenkorra változtatlan (konstans) mennyiségként fogadták el. Esetleges ismételt mérésekből adódó eltérések magyarázataként csak a mérési hibák (véletlen, szabályos vagy esetleg ún. durva hibák) jöhetnek szóba.

A társadalom és a tudomány következő fejlődési fokán — jelenlegi évtizedeink gyakorlatának megfelelően — elfogadottá vált a *földfelszín alakváltozásának* lehetősége. Ennek fizikai háttereként a kéreg mozgása került előtérbe. Így napjaink általános gyakorlataként a természetes koordináták közül a magasság tapasztalt δH időbeli változását *függőleges*, a szintfelületi szélesség és hosszúság értékében észlelt $\delta \Phi$ és $\delta \Lambda$ időbeli változásokat pedig *vízszintes kéregmozgásként* értelmezik. Mivel ezek a

menntiségek, mint láttuk, nem csupán a Föld geometriai alakjához, hanem nehézségi erőteréhez is kötődnek, az előbbi értelmezés hallgatólagosan magában hordja *az erőter időbeli állandóságára* vonatkozó alapfeltevést. Mivel a koordinátaváltozások és az erőter kapcsolata ily módon nem kerül szóba, ezt az értelmezést *kinematikai szemléletnek* nevezhetjük.

Ennek ellentmondásosságára jellemző, hogy ugyanekkor napjainkban öröndetes módon egyre több helyen sorra kerülő ismételt abszolút nehézségi térerősség mérések alapján meghatározott δg időbeli változásokat — a jelenlegi gyakorlat szerint — *a nehézségi erőter időbeli változásaként* értelmezik, tudomásul véve ez utóbbinak a lehetőségét is. Ez a fajta értelmezés azonban hallgatólagosan magába foglalja azt a feltételezést, hogy az ismételt mérések között az állomásnak a Föld tömegéhez viszonyított térbeli (geometriai) helyzete változatlan maradt, ami más szóval az előbbi bekezdésben említett geometriai alakváltozások, felszín- vagy kéregmozgások lehetőségének kizárását jelenti. Mindkét fajta értelmezés — sajnálatos módon — együtt, egymás mellett él a földtudományok mai gyakorlatában, pedig *egyik a másikat kizárja*.

Ennek az ellentmondásnak a feloldását célozza a továbbiakban ismertetendő azon *integrált geodéziai-geodinamikai szemléleti mód*, amelyben egyidejűleg elfogadjuk mind a geometriai alakváltozások (felszínmozgások), mind

pedig a nehézségi erőter időbeli változásának lehetőségét. Ennek értelmében az észlelt koordináta-, illetve térerősség-változások mindkét hatás eredőjeként lépnek fel, és így mindkét hatást együttesen tartalmazzák. Célunk megtalálni a kétféle hatás szétválasztásának módszerét, azaz az észlelt koordináta- és térerősség-változásokból helyes fizikai értelmezéssel meghatározni a *valódi felszínmozgás és a tényleges erőterváltozás* mértékét. Ebből a célból meg kell vizsgálni a természetes koordináták és az erőter időbeli változásának kapcsolatát.

3. A TERMÉSZETES KOORDINÁTÁK ÉS AZ ERŐTÉR IDŐBELI VÁLTOZÁSÁNAK KAPCSOLATA

A történeti fejlődés során ez a kérdés először a függőleges felszínmozgások vizsgálatával és a térerősség időbeli változásával kapcsolatosan merült fel a gyakorlatban, ezért először a természetes koordináták közül kiragadjuk a magasság kérdését, és ezt, valamint a térerősség változását vizsgáljuk ebben a fejezetben.

3.1 *A magasság és a térerősség időben változó erőterben*

Annak érdekében, hogy a viszonyokat élesen kisarkítva tanulmányozhassuk, először néhány egyszerű, de egyben fizikailag szélsőséges lehetőségeket képező földmodellre vonatkozóan mutatjuk be a magasság és a térerősség időbeli változásával kapcsolatos összefüggéseket. Jelen keretek között elsősorban a lényegre érintő összefüggések és eredmények bemutatására korlátozódunk, a bizonyítások matematikai részletei megtalálhatók a korábbi idevonatkozó közleményekben (lásd Irodalom).

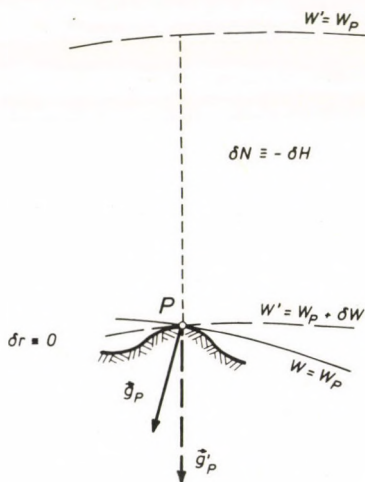
3.1.1 *Egyszerű földmodellek vizsgálata*

Célunknak megfelelően olyan egyszerű, de mégis jellegzetes modelleket választottunk ki, melyek segítségével egyszerű eszközökkel, de

meggyőzően tudjuk a feladat megoldásának lényegét szemléltetni.

a) *A merev kérgű földmodell* felszínének kis darabját a 2. ábra mutatja. A felszíni P pont kezdeti t időpontbeli potenciálértéke W_P , és a nehézségi térerősség ugyanakkor \vec{g}_P . Az erőter valamely δt időtartam alatt bekövetkező megváltozását a továbbiakban célszerűen a δW skáláris értékkel, az erőter potenciáljának megváltozásával fogjuk jellemezni. Így a $t' = t + \delta t$ időpontban a P pont megváltozott potenciálértéke $W' = W_P + \delta W$ lesz, a nehézségi térerősség ugyanakkor \vec{g}'_P -re változik.

Általánosság kedvéért fel kell tételezzük, hogy az erőter δW megváltozása a hely függvénye, ezért ennek következtében megválto-



2. ábra. A merev kérgű földmodell

zik az erőter iránya és szintfelületeinek alakja is. A kezdeti helyzetében a P ponton átmenő szintfelület pedig a tér azon helyére tolódik, ahol a megváltozott W' potenciálfüggvény veszi fel a kezdeti W_p értéket. A magasságszámítás szempontjából éppen ez a

$$\delta N = \frac{\delta W}{g} \quad (2)$$

szintfelület-eltolódás lényeges. Kis változások és a Föld méreteihez viszonyított kis magasságok esetében úgy tekinthetjük, hogy a P pont függőlegesében az alapul választott szintfelület is δN mértékű eltolódást szenvedett, aminek értelmében a felszíni P pont kezdeti H magassága

$$\delta H = -\delta N \quad (3)$$

mértékben megváltozik, pusztán az erőter megváltozásának következtében, annak ellenére, hogy modellünk esetében valóságos felszínmozgás nem jöhet szóba ($\delta r \equiv 0$). Már ez az eredmény felhívja a figyelmet arra, hogy a felszíni pontok észlelt magasságváltozása időben változó erőterben nem jelent okvetlenül felszínmozgást is! A δH magasságváltozást tekinthetjük *az erőter szintfelületeihez viszonyított relatív felszínmozgásnak*, szemben a pont jelenleg $\delta r \equiv 0$ értékű *valódi* felszínmozgásával.

A térerősség abszolút értékének $\delta g = g'_p - g_p$ megváltozása és a δW potenciálváltozás között

a potenciál fogalmából következő

$$\frac{\partial}{\partial H} \delta W = -\delta g \quad (4)$$

egyszerű összefüggés áll fenn a tér rögzített P pontjában. Ez élesen mutatja, hogy a térerősség és a potenciál [vagy a (2) és a (3) összefüggésen keresztül a térerősség és a magasság] megváltozása között általában nincs egyszerű arányosság. Kapcsolatuk csak differenciális összefüggéssel fejezhető ki.

Ha mérési eredmények alapján az erőtér változását kifejező potenciálváltozás $\delta W = \delta W(\vec{r})$ függvényének meghatározását tűzzük ki célul (ahol \vec{r} a helyvektor jelölése), akkor a (4) észlelt δg értékekkel erre közvetve alkalmas, bár nem valódi differenciálegyenlet δW meghatározására, mert a mérési eredmények csak zárt felületen (és nem a teljes térben) ismertek. Így a (4) *peremfeltételt* képez a potenciálelmélet 2. peremérték-feladatának megoldásához, a δg mérési eredményekkel, mint ismert peremértékekkel.

A feladat megoldása kétféle alakban is nyerhető. Egyik megoldásként a

$$\delta W = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g S^r(\psi) d\sigma \quad (5)$$

felületi integrál szolgál, ahol R a földmodellt helyettesítő gömb sugara, σ és $d\sigma$ az egység-gömb felszíne, illetve felületeleme, ψ a futó-

pont és a mérési hely gömbi szögtávolsága, és

$$S^r(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} P_n(\cos \psi), \quad (6)$$

az ún. *Stokes*-féle függvényhez hasonló, erre a földmodellre vonatkozó függvény, amelyben $P_n(\cos \psi)$ az n -ed fokú *Legendre*-polinom, és $n = 2, 3, \dots$ pozitív egész számok. (Megjegyezzük, hogy az összegezést azért kell $n = 2$ -től kezdeni, mert feltételezzük a Föld tömegének és a tömegközéppont helyzetének változatlan-ságát.)

Az (5) megoldás már mutatja, hogy *egyetlen* mérési eredményből még *semmiféle következtetést* nem lehet levonni az erőter változására vonatkozóan, ehhez az egész peremfelületen szükség van mérési eredményekre.

Másik megoldásként a δW függvény (r, ϑ, λ) gömbi koordináták szerinti végtelen gömbfüggvényysorát kaphatjuk a

$$\begin{aligned} \delta W = \frac{kM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \\ + \delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \end{aligned} \quad (7)$$

alakban, ahol kM a geocentrikus gravitációs állandó, a a földi ellipszoid fél nagytengely hossza, $P_{nm}(\cos \vartheta)$ n -ed fokú, m -ed rendű *Legendre*-függvény, δC_{nm} és δS_{nm} a potenciálfüggvény gömbfüggvényysorában szereplő együtthatók időbeli változása. Ez a megoldás feltételezi,

hogy δW csak a tömegátrendeződésből származó vonzási potenciálok különbségeként előálló harmonikus függvény, és a megoldást csak a tömeg külső terére kívánjuk értelmezni.

A gömbfüggvény-együtthatók számszerű meghatározásához a (7) megoldást a (4) peremfeltételbe beírva, a $\frac{\partial}{\partial H} \doteq \frac{\partial}{\partial r}$ közelítéssel a

$$\delta g = \frac{kM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \quad (8)$$

alakú *közvetítő egyenletet* nyerjük, amiből a mérési eredményekkel javítási egyenletek képezhetők, és kellő számú egyenletből n_{\max} fölig terjedő véges számú δC_{nm} , δS_{nm} együttható számértéke meghatározható. Ily módon a (7) segítségével az erőterváltozások, illetve a (2) alapján a szintfelület-eltolódások globális eloszlása jól tanulmányozható.

Ennek a modellnek *különleges esete*, ha a földmodell R sugarú, gömbszimmetrikus tömegeloszlású gömbnek tekintjük, és az erőterváltozását a gömb középpontjában képzelt pontszerű belső mag áthelyeződéséből származtatjuk. Ebben és *csakis ebben* az egyszerű, különleges esetben a (4) helyett fennáll a

$$\frac{2}{R} \delta W = \delta g, \quad (9)$$

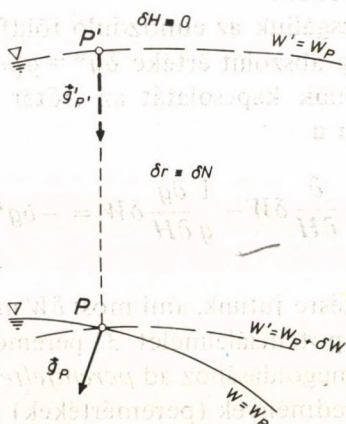
és δW -re megoldásként a

$$\delta W = \frac{R}{2} \delta g \quad (10)$$

egyszerű arányosság.

b) Az *ideális folyadékkal borított földmodell* szabad felszíne megegyezik potenciáljának egyik, esetünkben a P ponton áthaladó $W = W_P$ potenciálértékű szintfelületével (3. ábra). A nehézségi térerősség ugyanitt \vec{g}_P .

Az erőter (potenciáljának) δW megváltozása után a kezdeti helyzetben a P ponton áthaladó szintfelület és vele együtt a földmodellt borító szabad folyadékfelszín függőleges értelemben eltolódik. A P pont kezdeti helyzetéből a folyadékfelszínnel együtt a P' helyzetbe kerül, ahol a nehézségi térerősség $\vec{g}_{P'}$. A szintfelület



3. ábra. Az ideális folyadékkal borított földmodell

δN függőleges eltolódása most is a (2)-ből számítható, de jelen esetben ez megegyezik a $\overrightarrow{PP'} \equiv \delta \vec{r}$ valódi felszínmozgással, ugyanakkor a pont magasságváltozása $\delta H \equiv 0$, hiszen rajta maradt a kezdeti helyzetben is rajta keresztülmenvő szintfelületen (vagy más szóval potenciálértéke és így az alapszintfelülethez viszonyított potenciálkülönbsége nem változott).

Ez a modell megint azt támasztja alá, a másik szélsőséges esetben, hogy az észlelt (zérus vagy véges) magasságváltozások nem jellemzők a valódi mozgásvizszonyokra! Véleményünk szerint a valódi Föld felszínén észlelt zérus vagy közel zérus értékű magasságváltozások inkább arra mutatnak, hogy a Föld szilárd tömege is közel folyadékszerűen viselkedik hosszú periódusú vagy szekuláris erőterváltozások esetén, mint arra, hogy felszíni mozgások, alakváltozások nincsenek.

Ha vizsgáljuk az elmozduló földfelszínen a térerősség abszolút értéke $\delta g^* = g'_P - g_P$ megváltozásának kapcsolatát az erőter változásával, akkor a

$$\frac{\partial}{\partial H} \delta W - \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial H} \delta W = -\delta g^* \quad (11)$$

összefüggésre jutunk, ami most δW meghatározására a potenciálmélet 3. peremérték-feladatának megoldásához ad peremfeltételt a δg^* mérési eredmények (peremértékek) és a keresett δW potenciálváltozás-függvény között.

A megoldás egyik módja most is a felületi integrálás, aminek eredményeként ez esetben a

$$\delta W = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g^* S(\psi) d\sigma \quad (12)$$

alakra jutunk, ahol

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \psi) \quad (13)$$

az ismert *Stokes*-féle függvény.

Ez az eredmény azt mutatja, hogy ha a valódi Föld esetében a jól ismert eredeti *Stokes*-féle integrálképletbe a Δg nehézségi rendellenességek helyett a δg időbeli változásokat írjuk, és a *Stokes*-függvénnyel alkotott szorzatokat integráljuk, akkor az erőter változását [vagy a (2) alapján a szintfelületek eltolódását] csak akkor kapjuk helyesen, ha a valóságos földfelszín folyadékszerűen viselkedik, azaz ugyanakkor $\delta H \equiv 0$ magasságváltozásokat észlelünk.

Ellenkező esetben ez a (12) a valódi Földre nem alkalmazható, helyette más megoldást kell keresnünk. Érvényes azonban a (12) a valódi földfelszín tengerekkel borított részén.

Természetesen ez esetben is fennáll a másik megoldási lehetőség a (8) gömbfüggvénysor alakjában, csak most az ismeretlen együtthatók

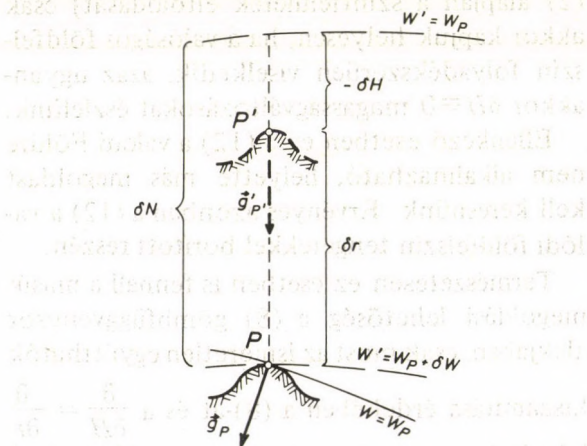
kiszámítása érdekében a (8)-at és a $\frac{\partial}{\partial H} = \frac{\partial}{\partial r}$ közelítéssel számított deriváltját a (11)-be kell

beírni, és így jutunk a megfelelő közvetítő egyenletre és javítási egyenletrendszerre.

c) Harmadik modellként azt az esetet vizsgáljuk, ha a szilárd földkéreg *ideálisan rugalmas* anyagként viselkedik (4. ábra). Ez esetben a földfelszín és a rajta kijelölt P pont az erőter δW megváltozásával járó δN szintfelület-eltolódást δr rugalmas alakváltozással részben követi, és a P' helyzetbe kerül. A δN szintfelület-eltolódás – modelltől teljesen függetlenül – most is a (2)-ből számítható. Tételezzük fel, hogy a rugalmas kéreg anyaga a Love-féle rugalmassági elméletet követi, és vezessük be a hosszú periódusú és szekuláris változásokra a h^* és k^* Love-féle számokat, valamint a

$$D = 1 - h^* + k^* \quad (14)$$

kombinációjukat.



4. ábra. A rugalmas kérgű földmodell

A rugalmassági elméletnek megfelelően a *valódi felszínmozgás* ez esetben a

$$\delta r = \frac{h^*}{1 + k^*} \delta N \quad (15)$$

összefüggésből nyerhető.

Ugyanakkor, mivel a földfelszíni pont a kezdetben rajta átmenő szintfelületről lemozdult,

$$\delta H = - \frac{D}{1 + k^*} \delta N \quad (16)$$

magasságváltozást észlelünk.

Mindkét utóbbi mennyiség arányos a szintfelület δN eltolódásával, és számítható, ha a *Love-féle* számok megfelelő (erre az esetre érvényes) értékét ismerjük. A (15) és a (16) összehasonlítása élesen felhívja megint a figyelmet arra, hogy a magasságváltozás a valódi felszínmozgásnak mégcsak első közelítő értékeként sem fogható fel, hiszen *eleve ellentett előjelű* a modellünk esetében!

Ennek a megállapításnak az érzékeltetésére számpéldát is bemutatunk. Ha például valamely pont magasságváltozására a mindenkori középtengerszinthez kapcsolt ismételt szintezés eredményeként $\delta H = -30$ mm-t kapunk, akkor a mai gyakorlat szerint 30 mm *süllyedésre* gondolnánk. Ha azonban a rugalmas elmélet alapján – jobb hiányában az árapálymegfigyelésből ismert *Love-féle* számokat elfogadva – $h^* = 0,60$ és $k^* = 0,30$ -cal számolva a (15)-ből

$$\delta r = -\frac{h^*}{D} \delta H = +26 \text{ mm} \quad (17)$$

eredményre jutunk, ami a felszín 26 mm-es emelkedését mutatja a valóságban (feltételezve, hogy pusztán rugalmas alakváltozás jött létre). A *Love*-féle számok ily módon felvett értéke természetesen vitatható, de ez az előjel nem változtatja meg (ugyanis $0 \leq h^* \leq 1$, tehát a h^*/D arány lényegesen pozitív mennyiség).

A földfelszíni δg^* térerősség-változás és az erőter δW potenciálváltozása között a

$$\frac{\partial}{\partial H} \delta W - \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial H} \frac{h^*}{1+k^*} \delta W = -\delta g^* \quad (18)$$

peremfeltételt lehet felállítani, aminek segítségével ismét a 3. peremérték-feladat megoldásaként a

$$\delta W = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g^* S^e(\psi, h^*, k^*) d\sigma \quad (19)$$

integrálképletre jutunk, ahol

$$S^e(\psi, h^*, k^*) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1 - \frac{2h^*}{1+k^*}} P_n(\cos \psi) \quad (20)$$

a *Stokes*-féle függvényhez hasonló, de a *Love*-féle számokat is tartalmazó függvény.

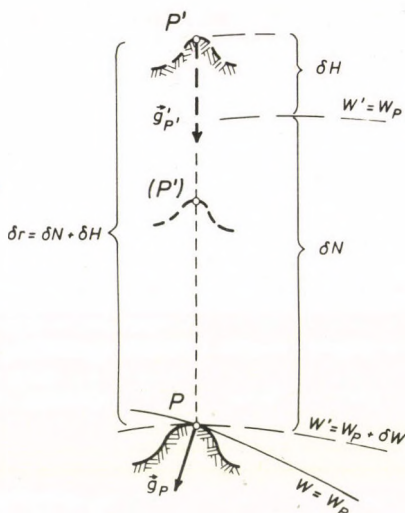
Természetesen ennek a modellnek az esete is fennáll a gömbfüggvényes megoldás lehetősége, hasonlóan az előbbi modellhez.

A bemutatott modellek természetesen szélsőséges, illetve ideális esetek, de annál élesebben mutattak rá egyes alapvető és általános összefüggésekre. A továbbiakban vizsgáljuk a *valóságos Föld* esetét.

3.1.2 *A magasság és a térerősség a Föld változó erőterében*

A feladat megoldása *valóságos Földünk* esetében annyiban összetettebb, hogy a szilárd földfelszín az erőter változásait feltehetően valamilyen mértékben rugalmas alakváltozással követi [az 5. ábrán a $\overline{P(P')}$ szakasz], de az így keletkező elmozdulásra még ráakódhatnak egyéb (geológiai stb.) eredetű felszínmozgások is [az 5. ábrán a $(P')P'$ szakasz], és ezek eredőjeként jut a földfelszín a P' helyzetbe. (Megjegyezzük, hogy a „valamilyen mértékű rugalmas alakváltozás” határesetként a teljesen merev és a folyadékszerű alakváltozást is magába foglalja.) A szintfelületek δN függőleges eltolódása, mint eddig is, modelltől függetlenül, a (2)-nek megfelelő egyszerű arányban áll az erőter δW megváltozásával.

A földfelszíni pont ez esetben is általában lemozdul a kezdeti helyzetben rajta átmenő szintfelületről, és így δH *magasságváltozás* is bekövetkezik. Míg azonban a bemutatott mo-



5. ábra. A valóságos Föld függőleges felszínmozgása

dellek esetében ez utóbbi egyértelmű függvénykapcsolatban állt az erőtérváltozással (beleértve a zérus értékű függvényt is), addig a *Föld esetében semmiféle ilyen jellegű matematikai kapcsolat nem állítható fel*. Így a magasságváltozást a Föld esetében számítani nem lehet, de geodéziai módszerekkel mérni igen. Így ezt a továbbiakban *mérési eredménynek* tekintjük.

Az 5. ábráról leolvashatóan, a mért magasságváltozások messzemenően nem jellemzik a valódi mozgásviszonyokat. A *valódi felszínmozgást* a

$$\delta r = \delta N + \delta H \quad (21)$$

összegekből kell helyesen számítani, vagyis a mért magasságváltozáshoz hozzá kell adni a szintfelületek (így az alapszintfelület) függőleges eltolódását. Így jutunk a helyes eredményre. Modellszámításokból tudjuk, hogy ez utóbbi hatás egyáltalán nem elhanyagolható, mert néhány $\mu\text{gal}/\text{év}$ földfelszíni nehézségi gyorsulás-változás, azaz néhányszor 10^{-8} N/kg térerősség-változás esetén néhány $\text{mm}/\text{év}$ nagyságrendet ér el, ami éppen az eddig tapasztalt legnagyobb magasságváltozások nagyságrendje, és így a valódi felszínmozgásnak még az előjele is ellentett lehet a magasságváltozáshoz képest. Megjegyezzük, hogy a geodéziában és a geofizikában a szabadesés gyorsulására, azaz a nehézségi gyorsulásra vonatkozóan az SI (nemzetközi mérték-)rendszer bevezetése után is fennmaradt a *Galilei* nevére elnevezett $1 \text{ gal} = 10^{-2} \text{ m s}^{-2}$ mértékegység és tört részei. A térerősség vonatkozásában ennek 10^{-2} N/kg és tört részei felelnek meg.

A felszíni térerősség-változás és a potenciál-változás kapcsolatára most a

$$\frac{\partial}{\partial H} \delta W - \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial H} \delta W = - \left(\delta g^* - \frac{\partial g}{\partial H} \delta H \right) \quad (22)$$

peremfeltétel állítható fel, amely világosan mutatja, hogy a feladat megoldásához, a valódi Föld esetében, a nehézségi térerősség mérések *nem is elegendők*, hanem mellettük elvileg, a mérési helyek ismételt szintezéséből meghatározható magasságváltozás is szükséges, ami-

től az eddigi gyakorlatban általában eltekintettek. Az elhanyagolás gyakorlati nagysága attól függ, hogy mekkora δg^* változásokat fogunk tapasztalni, de ha ezek – mint várható – csekély értékek lesznek, akkor a magasságváltozás hatása nem lesz elhanyagolható.

Az erőter δW potenciálváltozásának kiszámítására a valódi Föld esetében is a potenciálmélet 3. peremérték feladata vezet a (22) jobb oldalán álló peremértékekkel.

A megoldás egyik alakja most is a felületi integrál a

$$\delta W = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \left(\delta g^* - \frac{\partial g}{\partial H} \delta H \right) S(\psi) d\sigma \quad (23)$$

alakban, ahol $S(\psi)$ most a (13) ismert *Stokes*-féle függvény.

A másik megoldásként itt is alkalmazható a (7) alakú gömbfüggvénysor. Ennek és megfelelő deriváltjának a (22) peremfeltételbe helyettesítésével a

$$\begin{aligned} \delta g^* - \frac{\partial g}{\partial H} \delta H &= \frac{kM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r} \right)^n \times \\ &\times \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \end{aligned} \quad (24)$$

alakú *közvetítő egyenletre* juthatunk a mért peremértékek és az ismeretlen δC_{nm} , δS_{nm}

gömbfüggvény-együtthatók között. Kellő számú mérési pont esetén véges számú együttható számértéke kiszámítható.

A megoldás módjából következik, hogy egyes mérési pontok tapasztalt változásaiból az erőter változására (vagy változatlanságára) *nem lehet következtetni*. A helyes következtetéshez ismételten mért abszolút nehézségi állomások világhálózata szükséges, amelyeket minden méréskor a tengerszinthez kapcsolt szintezéssel magassági értelemben is meg kell határozni.

Végezetül megemlítjük, hogy a mérési eredményeink alapján a térerősségvektor irányváltozása, azaz a helyi függőlegesnek az erőter változásának hatására bekövetkező $\delta\Theta$ elfordulása is meghatározható, ha figyelembe vesszük a

$$\delta\Theta = \frac{d}{ds} \delta N = \frac{1}{g} \frac{d}{ds} \delta W \quad (25)$$

differenciális összefüggést, ahol ds vízszintes irányú ívelem.

Ha δW helyébe a (23) megoldást beírjuk, és a kijelölt differenciálást elvégezzük, akkor megkapjuk a helyi függőleges irányváltozásának meridián- és paralelkör irányú összetevőjét a

$$\delta\Theta = \frac{1}{4\pi g} \iint_{\sigma} \left(\delta g^* - \frac{\partial g}{\partial H} \delta H \right) \frac{dS(\psi)}{d\psi} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} d\sigma \quad (26)$$

alakban, ahol $dS(\psi)/d\psi$ az ún. *Vening Meinesz*-féle függvény.

Ha δW helyébe a (7) alakú gömbfüggvény-soros megoldást írjuk, akkor a megfelelő össze-tevőket a

$$\delta\Theta = \frac{1}{g} \left[\begin{array}{c} -\frac{\partial}{r\partial\vartheta}\delta W \\ \frac{1}{r\cos\Phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}\delta W \end{array} \right] \quad (27)$$

alakban nyerhetjük.

Ennek a kérdésnek a szintfelületi földrajzi koordináták megváltozásának vizsgálatakor van szerepe, így ez már átvezet a következő fejezetben bemutatandó *térbeli* (háromdimen-ziós) megoldáshoz.

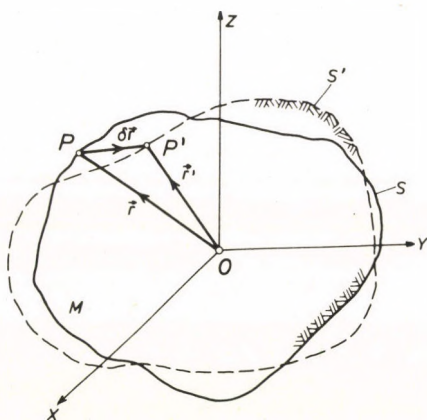
3.2 A természetes koordináták változása és a valódi felszínmozgások

Az eddigiekben a természetes koordináták közül kiragadtuk a *magasságot* és vizsgáltuk időbeli változását. Ez a módszer hallgatólago-san tartalmazza azt a feltevést, hogy a felszín és vele együtt a mérési hely csak *függőleges el-mozdulást* szenved. Ez a korlátozás terheli a térerősség változásával kapcsolatos eddigi vizsgálatainkat is, vagyis ebben az értelemben ed-dig eltekintettünk az erőter vízszintes irányú térbeli változásától. A természetben azonban mind a felszínmozgásnak, mind az erőter tér-

beli változásának általában vízszintes irányú összetevője is van, ezért a feladat megoldását az eddigi egy dimenzió (magasság) helyett *három dimenzióra* kell kiterjeszteni, és a kérdést helyesen a térben kell tárgyalni. Ennek során figyelembe kell venni mindhárom koordináta irányú elmozdulás lehetőségét és az erőter térbeli változásának vízszintes összetevőit is.

A 6. ábra mutatja a földfelszíni P pont $\delta\vec{r}$ valódi elmozdulásvektorának (mozgásvektorának) a térbeli értelmezését az (X, Y, Z) geocentrikus koordináta-rendszerben (az ábrán S és S' a fizikai földfelszín a t és a $t' = t + \delta t$ időpontban).

A továbbiakban is feltételezzük a Föld tömegének állandóságát ($\delta M \equiv 0$), valamint a tömegközéppont és a hozzákapcsolt geocentrikus koordináta-rendszer változatlan helyzetét.



6. ábra. A valódi felszínmozgás értelmezése

3.2.1 Alapösszefüggések

A 7. ábra mutatja a P földfelszíni pontot t időpontbeli kezdeti helyzetében, amikor potenciálértéke $W = W_P$. A nehézségi térerősség ugyanakkor \vec{g}_P a térerősségvektor hatásvonalának (ahelyi függőleges iránynak) térbeli helyzetét a szintfelületi szélesség és hosszúság (Φ_P és Λ_P) P pontbeli kezdeti értéke jellemzi.

Későbbben, a $t' = t + \delta t$ időpontban az erőter időben bekövetkezett δW megváltozása miatt a P pont potenciálértéke $W' = W_P + \delta W$ -re, a térerősség pedig ugyanitt \vec{g}'_P -re változott. A térerősség irányának a megváltozása (a helyi függőleges irányváltozása) következtében a P pont szintfelületi koordinátái is megváltoznak:

$$\begin{aligned}\Phi'_P &= \Phi_P + \delta\Phi, \\ \Lambda'_P &= \Lambda_P + \delta\Lambda,\end{aligned}\tag{28}$$

amiből a helyi függőleges elfordulása

$$\delta\Theta = \begin{bmatrix} \delta\Theta_\Phi \\ \delta\Theta_\Lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\Phi \\ \cos\Phi \delta\Lambda \end{bmatrix}.\tag{29}$$

Az erőter megváltozása következtében a P ponton kezdeti időpontban áthaladó W_P potenciálértékű szintfelület (mint korábban is láttuk) δN mértékkel a tér azon helyére tolódik, ahol a megváltozott erőter potenciálja $W' = W_P$ [az eltolódás mértéke most is a (2)-ből számítható].

Az erőterváltozás következtében azonban nemcsak a szintfelület tolódik el, hanem az a

vényeként számítható a

$$\delta \vec{r}_0 = \begin{bmatrix} -r \delta \Theta_\Phi \\ -r \delta \Theta_\Lambda \\ \delta N \end{bmatrix} = \frac{1}{g} \begin{bmatrix} -\frac{\partial}{\partial \vartheta} \delta W \\ \frac{1}{\cos \Phi} \frac{\partial}{\partial \Lambda} \delta W \\ \delta W \end{bmatrix} \quad (31)$$

alakban, ahol r , ϑ , λ a gömbi koordináták (közelítéssel $\vartheta \doteq 90^\circ - \Phi$ és $\lambda \doteq \Lambda$).

Általánosság kedvéért feltételezzük, hogy az eltelt idő alatt az erőtér változása mellett $\delta \vec{r}$ felszíni alakváltozás (felszínmozgás) is következett, és a földfelszíni pontunk ennek következtében a P' helyzetbe került. Itt a megváltozott erőtér térerőssége $\vec{g}'_{P'}$, irányát pedig a $\Phi'_{P'}$ és $\Lambda'_{P'}$ szintfelületi földrajzi koordináták jellemzik.

Az elmozduló földfelszínen észlelt

$$\begin{aligned} \delta \Phi^* &= \Phi'_{P'} - \Phi_P, \\ \delta \Lambda^* &= \Lambda'_{P'} - \Lambda_P, \\ \delta H &= H'_{P'} - H_P \end{aligned} \quad (32)$$

koordináta-változásokból a 7. ábra és (30) alapján a földfelszín P_0 ponthoz viszonyított

$$\delta \vec{r}^* = \begin{bmatrix} r \delta \Phi^* \\ r \cos \Phi \delta \Lambda^* \\ \delta H \end{bmatrix} \quad (33)$$

relatív felszínmozgása határozható meg.

A $\vec{PP}' \equiv \delta \vec{r}$ valódi felszínmozgás a (33) relatív felszínmozgás és az erőter változásának (31) geodéziai hatása összegeként számítható:

$$\begin{aligned} \delta \vec{r} &= \delta \vec{r}^* + \delta \vec{r}_0 = \\ &= \begin{bmatrix} r \delta \Phi^* - \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \delta W \\ r \cos \Phi \delta \Lambda^* + \frac{1}{g \cos \Phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \delta W \\ \delta H + \frac{1}{g} \delta W \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (34)$$

Megjegyezzük, hogy a korábban megismert (21) összefüggés a (34) egydimenziós megfelelője, melyet ez utóbbi harmadik összetevőjeként tartalmaz is, ha figyelembe vesszük a (2) összefüggést.

3.2.2 A geodéziai-geodinamikai peremérték-feladat térbeli megoldása

Az előző szakaszban megismert (34) összefüggés mutatja, hogy a valódi felszínmozgás kiszámításához a természetes koordináták is-

mételt meghatározása mellett ismernünk kell az erőter megváltozását jellemző δW potenciálváltozást is. Kézenfekvő, hogy ez utóbbi feladat — a 3.1 pontban tárgyaltakhoz hasonlóan — a földfelszíni térerősség megváltozásának mérése alapján oldható meg. Az e célra szolgáló számítási összefüggéseket szolgáltatja a *geodéziai-geodinamikai peremérték-feladat* megoldása, amit most a *térben* fogunk tárgyalni.

A 7. ábrán bemutatott esetben a nehézségi térerősség földfelszíni értéke két okból változik meg az eltelt δt időtartam alatt; az egyik az *erőter δW megváltozása*, a másik ok a P földfelszíni pont (a mérési hely) áthelyeződése P'-be a *földfelszín alakváltozása* (a felszínmozgás) miatt. E két hatás eredőjeként a *földfelszíni térerősség megváltozása*

$$\delta \vec{g}^* = \vec{g}'_{P'} - \vec{g}_P = \text{grad } \delta W + \mathbf{E} \delta \vec{r}, \quad (35)$$

ahol a P ponthoz kapcsolt helyi (x, y, z) koordináta-rendszerben

$$\text{grad } \delta W = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \delta W \\ \frac{\partial}{\partial y} \delta W \\ \frac{\partial}{\partial z} \delta W \end{bmatrix} \quad (36)$$

és

$$\mathbf{E} = \frac{d\vec{g}}{d\vec{r}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_x}{\partial x} & \frac{\partial g_x}{\partial y} & \frac{\partial g_x}{\partial z} \\ \frac{\partial g_y}{\partial x} & \frac{\partial g_y}{\partial y} & \frac{\partial g_y}{\partial z} \\ \frac{\partial g_z}{\partial x} & \frac{\partial g_z}{\partial y} & \frac{\partial g_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{bmatrix} \quad (37)$$

a nehézségi térerősségvektor derivált tenzora, az ún. *Eötvös-féle tenzor*.

Ha figyelembe vesszük, hogy a $\delta\vec{r}$ elmozdulásvektor a (34)-nek megfelelően két összetevő eredőjeként írható fel, és ezt a (35)-be beírjuk, akkor átrendezés után a *peremfeltétel vektori alakját* kapjuk:

$$\text{grad } \delta W + \mathbf{E} \delta\vec{r}_0(\delta W) = \delta\vec{g}^* - \mathbf{E} \delta\vec{r}^*, \quad (38)$$

amely mutatja, hogy a δW erőtérváltozás meghatározásához a térerősség-változás mellett a *felszínmozgást is figyelembe kell venni*.

Vegyük fel a helyi (x, y, z) koordináta-rendszerünket úgy, hogy $+z$ tengelye a P pontbeli

helyi függőleges irányába (pozitív értelemben a külső tér felé) mutasson, xy síkja pedig a helyi vízszintes síkkal azonos legyen (a $+x$ tengely észak és a $+y$ tengely kelet felé mutasson), és vezessük be a

$$g_z \doteq -g, \quad \delta g_z^* \doteq -\delta g \quad \text{és} \quad \frac{\partial}{\partial z} \doteq \frac{\partial}{\partial r} \quad (39)$$

közelítéseket.

Ha ezek és a (34) figyelembevételével a (38) vektoregyenletnek csak a z irányú (függőleges) összetevőjére korlátozódunk, akkor a

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \delta W + \left(\frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial \vartheta} \delta W - \left(\frac{1}{g \sin \vartheta} \frac{\partial g}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial \lambda} \delta W - \\ - \left(\frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial r} \right) \delta W = -\delta g^* + \left(r \frac{\partial g}{\partial x} \right) \delta \Phi^* + \\ + \left(r \cos \Phi \frac{\partial g}{\partial y} \right) \delta \Lambda^* + \left(\frac{\partial g}{\partial r} \right) \delta H = -G \end{aligned} \quad (40)$$

skaláris peremfeltételt kapjuk a térbeli (háromdimenziós) mérési eredményekkel. A (40) világosan mutatja, hogy a szabatos (térbeli) megoldás érdekében a *nehézségi mérések és szabatos szintezések mellett ismételt földrajzi helymeghatározás-méréseket is kell végezniünk, továbbá mérni kell a nehézségi gradiensek értékét is.*

Megjegyezzük, hogy ha a 3.1 pontban elfogadott feltételezésnek megfelelően a

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial y} \doteq 0 \quad (41)$$

közelítést vezetjük be a (40)-be, akkor különleges esetként ebből az alakból is visszkapjuk a korábbról ismert (22) (egydimenziós) peremfeltételt, arra az esetre, ha az erőter csak függőleges irányban változik.

Visszatérve a geodéziai-geodinamikai peremérték-feladat megoldására, most is feltételezzük, hogy az erőter időbeli változása tömegátrendeződés következménye, ami azt jelenti számunkra, hogy a δW potenciálváltozás *vonzási potenciálok különbsége*, és így rá vonatkozóan a *forrásmentes külső térben* fennáll a

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \operatorname{grad} \delta W &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta W + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \delta W + \\ &+ \frac{\partial^2}{\partial z^2} \delta W = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

Laplace-egyenlet mint meghatározó másodrendű parciális differenciálegyenlet δW -re.

Ennek általános megoldása az (r, ϑ, λ) gömbi koordinátákban a (7) gömbfüggvénysor alakjában ismert, és most is alkalmazható. A benne szereplő δC_{nm} és δS_{nm} együtthatóváltozások meghatározása érdekében a (7) gömbfüggvénysort és a gömbi koordináták

szerinti parciális deriváltjait a (40) peremfeltételbe beírva

$$G = \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n (A_{nm} \delta C_{nm} + B_{nm} \delta S_{nm}) \quad (43)$$

alakú *közvetítő egyenletet* állíthatunk fel a mérési eredmények G függvénye és az ismeretlen együttható-változások között, ahol

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_{nm} \\ B_{nm} \end{bmatrix} = & \left(n + 1 + \frac{r}{g} \frac{\partial g}{\partial r} \right) \times \\ & \times \frac{kM}{r^2} \left(\frac{a}{r} \right)^n \begin{bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{bmatrix} P_{nm}(\cos \vartheta) - \\ & - r \left(\frac{a}{r} \right)^n \left\{ \frac{\partial g}{\partial x} \begin{bmatrix} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \vartheta} P_{nm}(\cos \vartheta) - \right. \\ & \left. - \frac{m}{\sin \vartheta} \frac{\partial g}{\partial y} \begin{bmatrix} -\sin m\lambda \\ \cos m\lambda \end{bmatrix} P_{nm}(\cos \vartheta) \right\}. \quad (44) \end{aligned}$$

Megfelelő számú geodinamikai állomáson végzett geodéziai mérések $\delta\Phi^*$, δA^* , δH , δg^* , $\partial g/\partial x$, $\partial g/\partial y$, $\partial g/\partial r$ eredményére támaszkodva a (43) alapján felírt véges számú *javítási egyenletből* n_{\max} véges foksámig terjedő ismeretlen együttható-változások számíthatók, azzal a feltétellel, hogy $n > n_{\max}$ foksámú tagok zérus értékűek.

A δC_{nm} és δS_{nm} együttható-változások számszerű ismeretében az erőter δW változá-

sának (7) alakú gömbfüggénysora és parciális deriváltja n_{\max} véges foksámg terjedően számíthatók, majd velük és a mérési eredményekkel a (34)-ből a *valódi felszínmozgás vektora* meghatározható. Ez utóbbinak első két összetevője a valódi vízszintes, harmadik összetevője a valódi függőleges felszínmozgást adja. Ezzel a kitűzött feladatunkat megoldottuk.

3.2.3 A szatellitageodézia eredményeinek bevonása

A geodéziatudomány napjainkban rohamosan fejlődő ága a szatellitageodézia, melynek eredményei ugyancsak hozzájárulhatnak geodéziai-geodinamikai feladatunk megoldásához, ha megfelelő kapcsolatot tudunk létesíteni közöttük és az általunk keresett ismeretlen mennyiségek között.

A mesterséges holdak *Kepler első törvénye* értelmében olyan kúpszeletpályán mozognak, amelynek egyik gyújtópontjában a központi égitest (esetünkben a Föld) tömegközéppontja áll. A pálya matematikai leírására szolgáló koordináta-rendszerünk kezdőpontját ezért célszerűen ugyancsak a Föld tömegközéppontjába (a pálya gyújtópontjába) helyezzük. Ha a pályán mozgó mesterséges holdra végzett mérések alapján, a számított pályára támaszkodva a földi álláspont helyzetét meghatározzuk, akkor erre is *elvileg geocentrikus* koordi-

nátákat kapunk, ami megfelel a 6. ábrán \vec{r} -rel és \vec{r}' -vel jelölt t , illetve $t' = t + \delta t$ időpontbeli helyvektornak.

Elvileg tehát kézenfekvőnek látszik az a megoldás, hogy a *valódi felszínmozgást* egyszerűen az ismételt szatellitageodéziai helymeghatározások

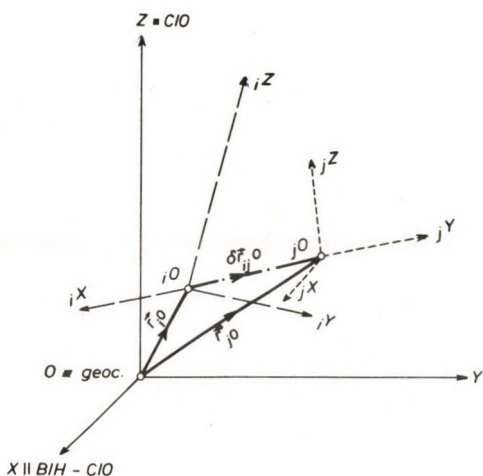
$$\delta \vec{r} = \vec{r}' - \vec{r} \quad (45)$$

különbségeként számítsuk.

A valóságban azonban, az elkerülhetetlen mérési hibák és egyéb bizonytalanságok miatt, a szatellitageodéziai módszerekkel különböző időpontokban meghatározott helyvektorok koordináta-rendszere a szabatos értelemben vett geocentrikus koordináta-rendszernek egy-egy *mindenkori gyakorlati realizációja*. Ez azt jelenti, hogy a különböző időkben végzett szatellitageodéziai helymeghatározások egymástól és a geocentrikus rendszertől (a mérési megbízhatóságnak megfelelő) kismértékben különböző koordináta-rendszerekre vonatkoznak, így az ismételt meghatározásból származó helyvektorok különbségvektora a felszínmozgáson kívül *a vonatkozási rendszer megváltozását és nem geocentrikus voltát is tartalmazza*. Ezért a különbségképzés előtt a meghatározott helyvektorokat előbb *közös geocentrikus rendszerbe* kell átszámítani (transzformálni).

A gyakorlatban tehát a t időpontban meghatározott ${}_i\vec{r}$ helyvektorok a ${}_iK$ szatellita-

geodéziai vonatkozási rendszerben értendők, amelynek ${}_iO$ kezdőpontja (8. ábra) a Föld tömegközéppontjához (a geocentrumhoz) viszonyítva az \vec{r}_{iO} vektorral jellemzett helyzetben van, és koordinátatengelyeinek helyzete az (X, Y, Z) geocentrikus rendszer tengelyeihez viszonyított $\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z$ kis elforgatási szögekkel jellemezhető. A rendszer méretarányát jellemezze az m méretarány-tényező.



8. ábra. A szatellitageodéziai vonatkozási rendszerek

A $t' = t + \delta t$ időpontban végzett észlelés eredményeként a ${}_jK$ szatellitageodéziai vonatkozási rendszerben értelmezett ${}_j\vec{r}'$ helyvektorra jutunk. A megváltozott vonatkozási rendszer jellemzői a geocentrikus rendszerhez viszonyítva:

$$\vec{r}_{jO}, \varepsilon'_X, \varepsilon'_Y, \varepsilon'_Z \text{ és } m'.$$

Ennek megfelelően a (45) különbségképzés előtt ki kell számítani a jobb oldalon álló \vec{r} és \vec{r}' *geocentrikus helyvektort* a szatellitagedéziai helymeghatározás eredményeiből.

A helyvektorok (koordináták) térbeli hasonlósági transzformációja alapján a t és a t' időpontbeli geocentrikus helyvektor

$$\begin{aligned}\vec{r} = & {}_i\vec{r} + \vec{r}_{iO} + \\ & + \mathbf{R}(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z) {}_i\vec{r} + \\ & + (m-1) {}_i\vec{r},\end{aligned}\quad (46)$$

illetve

$$\begin{aligned}\vec{r}' = & {}_j\vec{r} + \vec{r}_{jO} + \\ & + \mathbf{R}(\varepsilon'_X, \varepsilon'_Y, \varepsilon'_Z) {}_j\vec{r} + \\ & + (m'-1) {}_j\vec{r},\end{aligned}\quad (47)$$

ahol \mathbf{R} a megfelelő forgatási mátrix.

Mivel a (46) és a (47) a természetben (a földfelszínen) kijelölt pontnak különböző időpontbeli geocentrikus helyvektora, a (45) szerinti keresett különbségvektor (a *valódi elmozdulásvektor*) a

$$\begin{aligned}\delta\vec{r} = & {}_j\vec{r}' - {}_i\vec{r} + \delta\vec{r}_{i,jO} + \\ & + \mathbf{R}(\delta\varepsilon_X, \delta\varepsilon_Y, \delta\varepsilon_Z) {}_i\vec{r} + \\ & + {}_i\vec{r} \delta m = \begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (48)$$

alakban képezhető. Ebben

$$\begin{aligned}
 \delta \vec{r}_{ijO} &= \vec{r}_{jO} - \vec{r}_{iO}, \\
 \delta \varepsilon_X &= \varepsilon'_X - \varepsilon_X, \\
 \delta \varepsilon_Y &= \varepsilon'_Y - \varepsilon_Y, \\
 \delta \varepsilon_Z &= \varepsilon'_Z - \varepsilon_Z, \\
 \delta m &= m' - m,
 \end{aligned} \tag{49}$$

továbbá figyelemmel voltunk arra, hogy kis változások esetén az elforgatás és a méretarány-változás hatásának kiszámításakor az ${}_j\vec{r}' \doteq {}_i\vec{r}$ közelítéssel élhetünk, valamint, hogy a forgatási mátrix kis szögekkel az

$$\begin{aligned}
 &\mathbf{R}(\delta \varepsilon_X, \delta \varepsilon_Y, \delta \varepsilon_Z) = \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & \delta \varepsilon_Z & -\delta \varepsilon_Y \\ -\delta \varepsilon_Z & 0 & \delta \varepsilon_X \\ \delta \varepsilon_Y & -\delta \varepsilon_X & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{50}$$

egyszerűsített alakból számítható.

Mivel a (48) a valódi felszínmozgásvektor geocentrikus rendszerbeli összetevőit adja, az egyéb geodéziai módszerek eredményeivel való összevetés érdekében további transzformációval az (r, ϑ, λ) gömbi koordinátákkal jellemzett P pont (x, y, z) helyi horizonti koordináta-

rendszerébe kell átszámítani a

$$\delta \vec{r} = \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \vartheta \cos \lambda & -\cos \vartheta \sin \lambda & \sin \vartheta \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \sin \vartheta \cos \lambda & \sin \vartheta \sin \lambda & \cos \vartheta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{bmatrix} \quad (51)$$

összefüggéssel. Ebből $\begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \end{bmatrix} = \delta \vec{s}$ a valódi vízszintes és δz a valódi függőleges felszínmozgás.

Ily módon most már az ismételt szatellitageodéziai helymeghatározás eredményeként számítható a földfelszíni pont *valódi* (vízszintes és függőleges) *felszínmozgása*, ha a szatellitageodéziai vonatkozási rendszer megváltozását jellemző adatok is ismertek. Ez esetben a $\delta \vec{r}$ vektoroknak az (51)-ből számított összetevőit a (34) bal oldalára beírva, továbbá figyelembe véve, hogy $\delta \Phi^*$, $\delta \Lambda^*$ és δH hagyományos földi geodéziai módszerekkel ugyancsak mérhető, a (34)-ben olyan egyenletre jutunk, amelyben ismeretlenként csak a $\delta \vec{r}_0$ vektor összetevői, azaz a (34) figyelembevételével csak δW gömbfüggvény sorának a δC_{nm} , δS_{nm} együtthatói szerepelnek.

A (34) megfelelő átrendezésével a

$$\begin{aligned}
 & \delta x - r \delta \Phi^* = \\
 & = -r \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \\
 & \quad + \delta S_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial \vartheta} P_{nm}(\cos \vartheta), \\
 & \delta y - r \cos \Phi \delta \Lambda^* = \\
 & = -\frac{r}{\sin \vartheta} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n m(\delta C_{nm} \sin m\lambda - \\
 & \quad - \delta S_{nm} \cos m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta), \\
 & \delta z - \delta H = \\
 & = r \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \\
 & \quad + \delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta) \quad (52)
 \end{aligned}$$

közvetítő egyenletek állíthatók fel, amelyekből a mérési eredmények számértékének beírásával alkotott *javítási egyenletrendszer* alapján az ismeretlen együtthatók véges száma meghatározható. [Az (52) felállításakor éltünk a $g \doteq kM/r^2$ közelítéssel.]

A gyakorlatban azonban számolnunk kell azzal a lehetőséggel is, hogy a szatellitageodéziai vonatkozási rendszerek időbeli megváltozását jellemző adatokat *nem ismerjük*. Ez esetben $\delta\vec{r}$ -et (és összetevőit) a (48)-ból és (50)-ből nem tudjuk számszerűen előállítani.

Ekkor a (48)-at az (51)-be algebrailag bevezetjük, és az így kapott δx , δy , δz kifejezéseket írjuk be a (34) bal oldalára. Így, a (34) átrendezésével olyan *közvetítő egyenletekre* juthatunk, amelyek bal oldalán a szatellitageodéziai és a hagyományos földi geodéziai (földrajzi helymeghatározási és szintezési) mérési eredmények, jobb oldalán pedig ismeretlenként a δC_{nm} , δS_{nm} együttható-változások és a szatellitageodéziai vonatkozási rendszer megváltozását jellemző δX_{ijO} , δY_{ijO} , δZ_{ijO} , $\delta \varepsilon_X$, $\delta \varepsilon_Y$ és $\delta \varepsilon_Z$ mennyiségek, valamint a méretarány δm megváltozása szerepelnek.

Ha a geodinamikai állomáson még ismételt abszolút nehézségi mérést is végeztek, akkor állomásonként még a negyedik típusú közvetítő egyenlet is felírható δg^* -gal a bal oldalon, valamint a gömbfüggvény-együtthatók ismeretlen megváltozásával a jobb oldalon.

Az elmondottaknak megfelelő négy *közvetítő egyenletet* végül a következő alakban nyerjük:

– a meridián irányú vízszintes koordinátaváltozásokból

$$\begin{aligned}
& r \delta \Phi^* + \cos \vartheta \cos \lambda ({}_j X' - {}_i X) + \\
& + \cos \vartheta \sin \lambda ({}_j Y' - {}_i Y) - \\
& - \sin \vartheta ({}_j Z' - {}_i Z) = \\
& = -\cos \vartheta \cos \lambda \delta X_{ijO} - \\
& - \cos \vartheta \sin \lambda \delta Y_{ijO} + \\
& + \sin \vartheta \delta Z_{ijO} - \\
& - (\cos \vartheta \sin \lambda {}_i Z + \sin \vartheta {}_i Y) \delta \varepsilon_X + \\
& + (\cos \vartheta \cos \lambda {}_i Z + \sin \vartheta {}_i X) \delta \varepsilon_Y + \\
& + (\sin \lambda {}_i X - \cos \lambda {}_i Y) \cos \vartheta \delta \varepsilon_Z - \\
& - (\cos \vartheta \cos \lambda {}_i X + \cos \vartheta \sin \lambda {}_i Y - \\
& - \sin \vartheta {}_i Z) \delta m + \\
& + \frac{kM}{gr} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \\
& + \delta S_{nm} \sin m\lambda) \frac{d}{d\vartheta} P_{nm}(\cos \vartheta),
\end{aligned}
\tag{53}$$

– a meridiánra merőleges irányú vízszintes koordinátaváltozásokból

$$\begin{aligned}
 r \sin \vartheta \delta A^* + \sin \lambda ({}_j X' - {}_i X) - \cos \lambda ({}_j Y' - {}_i Y) = \\
 = -\sin \lambda \delta X_{ijO} + \cos \lambda \delta Y_{ijO} + \\
 + \cos \lambda {}_i Z \delta \varepsilon_X + \sin \lambda {}_i Z \delta \varepsilon_Y + \\
 + (\cos \lambda {}_i X + \sin \lambda {}_i Y) \delta \varepsilon_Z - \\
 - (\sin \lambda {}_i X - \cos \lambda {}_i Y) \delta m + \\
 + \frac{kM}{r \sin \vartheta} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \sin m\lambda - \\
 - \delta S_{nm} \cos m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta), \tag{54}
 \end{aligned}$$

– a magasságváltozásokból

$$\begin{aligned}
 \delta H^* - \sin \vartheta \cos \lambda ({}_j X' - {}_i X) - \\
 - \sin \vartheta \sin \lambda ({}_j Y' - {}_i Y) - \\
 - \cos \vartheta ({}_j Z' - {}_i Z) = \\
 = \sin \vartheta \cos \lambda \delta X_{ijO} + \sin \vartheta \sin \lambda \delta Y_{ijO} + \\
 + \cos \vartheta \delta Z_{ijO} + \\
 + (\sin \vartheta \sin \lambda {}_i Z - \cos \vartheta {}_i Y) \delta \varepsilon_X -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(\sin \vartheta \cos \lambda_i Z - \cos \vartheta_i X) \delta \varepsilon_Y - \\
& -(\sin \lambda_i X - \cos \lambda_i Y) \sin \vartheta \delta \varepsilon_Z + \\
& +(\sin \vartheta \cos \lambda_i X + \sin \vartheta \sin \lambda_i Y + \cos \vartheta_i Z) \delta m - \\
& -\frac{kM}{gr} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \\
& + \delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta), \quad (55)
\end{aligned}$$

– és végül a nehézségi térerősség változásai-
saiból

$$\begin{aligned}
& \delta g^* + Q_X(iX' - {}_jX) + Q_Y(iY' - {}_jY) + \\
& + Q_Z(iZ' - {}_jZ) = \\
& = -Q_X \delta X_{ij0} - Q_Y \delta Y_{ij0} - Q_Z \delta Z_{ij0} + \\
& + \left[(\cos \vartheta \sin \lambda_i Z + \sin \vartheta_i Y) \frac{\partial g}{\partial x} - \right. \\
& \quad \left. - \cos \lambda_i Z \frac{\partial g}{\partial y} - \right. \\
& \quad \left. - (\sin \vartheta \sin \lambda_i Z - \cos \vartheta_i Y) \frac{\partial g}{\partial r} \right] \delta \varepsilon_X +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[-(\cos\vartheta \cos\lambda_i Z + \sin\vartheta_i X) \frac{\partial g}{\partial x} - \right. \\
& \quad \left. - \sin\lambda_i Z \frac{\partial g}{\partial y} + \right. \\
& \quad \left. + (\sin\vartheta \cos\lambda_i Z - \cos\vartheta_i X) \frac{\partial g}{\partial r} \right] \delta\epsilon_Y - \\
& - \left[(\sin\lambda_i X - \cos\lambda_i Y) \left(\cos\vartheta \frac{\partial g}{\partial x} - \sin\vartheta \frac{\partial g}{\partial r} \right) + \right. \\
& \quad \left. + (\cos\lambda_i X + \sin\lambda_i Y) \frac{\partial g}{\partial y} \right] \delta\epsilon_Z + \\
& + \left[(\cos\vartheta \cos\lambda_i X + \cos\vartheta \sin\lambda_i Y - \sin\vartheta_i Z) \frac{\partial g}{\partial x} + \right. \\
& \quad \left. + (\sin\lambda_i X + \cos\lambda_i Y) \frac{\partial g}{\partial y} - \right. \\
& \quad \left. - (\sin\vartheta \cos\lambda_i X + \sin\vartheta \sin\lambda_i Y + \right. \\
& \quad \left. + \cos\vartheta_i Z) \frac{\partial g}{\partial r} \right] \delta m + \\
& + \frac{kM}{r^2} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r} \right)^n (n+1) \sum_{m=0}^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \\
& \quad + \delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\vartheta), \tag{56}
\end{aligned}$$

ahol

$$\begin{aligned}
 Q_x &= -\cos\vartheta \cos\lambda \frac{\partial g}{\partial x} - \\
 & -\sin\lambda \frac{\partial g}{\partial y} + \sin\vartheta \cos\lambda \frac{\partial g}{\partial r}, \\
 Q_y &= -\cos\vartheta \sin\lambda \frac{\partial g}{\partial x} + \\
 & +\cos\lambda \frac{\partial g}{\partial y} + \sin\vartheta \sin\lambda \frac{\partial g}{\partial r}, \\
 Q_z &= \sin\vartheta \frac{\partial g}{\partial x} + \cos\vartheta \frac{\partial g}{\partial r},
 \end{aligned} \tag{57}$$

valamint

$${}_i\vec{r} = \begin{bmatrix} {}_iX \\ {}_iY \\ {}_iZ \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad {}_j\vec{r}' = \begin{bmatrix} {}_jX' \\ {}_jY' \\ {}_jZ' \end{bmatrix} \tag{58}$$

az észlelési hely t és t' időpontban mesterséges holdak észlelésével meghatározott helyzete.

Ezzel a megoldással lehetővé vált, hogy alapfeladatunk megoldásakor, azaz a $\delta\vec{r}$ valódi felszínmozgás és a δW nehézségi erőter változás meghatározásakor a hagyományos és a legkorszerűbb geodéziai mérési módszerek széles körének mérési eredményére támaszkodva jussunk eredményre. Ez az általános megoldás

olyan *geodinamikai állomások világhálózatát* igényli, melynek pontjaiban ismételt földrajzi helymeghatározás-mérések, szabatos szintezések, szatellitageodéziai helymeghatározások és abszolút nehézségi mérések, valamint a nehézségi gradiensek észlelése alapján a

$$\delta\Phi^*, \delta\Lambda^*, \delta H, {}_j\vec{r} - {}_i\vec{r}, \delta g^*, \frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}, \frac{\partial g}{\partial r} \quad (59)$$

mennyiségek számszerű értéke ismeretes.

4. MODELLSZÁMÍTÁSOK

Mivel a kidolgozott és eddigiekben bemutatott elmélet gyakorlati alkalmazásához szükséges ismételt geodéziai mérési eredmények még nem állnak rendelkezésünkre, modellszámítások segítségével szereztünk számszerű gyakorlati tapasztalatokat az elmélet hasznosítására vonatkozóan.

E célra mindenekelőtt a gravitációs térerősség δg^* időbeli változására vonatkozó szimulált mérési eredményekre volt szükség. Ehhez *Barta* geofizikai modelljét használtuk fel.

Barta a földmágneses tér aszimmetriájából és jól ismert szekuláris változásából indul ki. A földi erőterek közös anyagi forrásának feltételezésével a nehézségi erőter időbeli változásának háttereként a belső mélyhatóknak a mágneses tér $0,2^\circ/\text{év}$ elfordulási sebességének megfelelő áthelyeződését tekinti.

A mélyhatók becslésére két utat ismerünk. *Barta* a távolság szűrőhatásának kihasználásával a földfelszín felett 6000 km magasságban haladó szintfelület alakját létrehozó hatásban feltételezi az erőternek a mélyhatókból származó részét. *Kaula* a potenciálzavar gömbfüggvénysorának $n < 6$ fokú tagjai összegeként javasolja számítani a mélyhatókból származó hatást.

Modellszámításaink során *Barta* számításainak eredményéből vezettük le a $10^\circ \times 10^\circ$ -os

földrajzi fókálózat 612 sarokpontjára vonatkozó δg^* értéket, amelyeket a továbbiakban *szimulált mérési eredményeknek* tekintünk. (Megjegyezzük, hogy későbbi összehasonlítás eredményeként megállapítottuk, hogy *Kaula* módszere is lényegében ugyanerre az eredményre vezet.)

További szimulált mérési eredményként az eddig tapasztalt egyik legnagyobb (finnországi) $\delta H = +10$ mm/év magasságváltozást tételeztük fel a szárazföldeken és $\delta H = 0$ értéket a tengereken.

Ezen szimulált mérési eredményekből kiindulva számításokat végeztünk mind a (23) és (26) felületi integrálképlettel, mind pedig a (7) és (27) gömbfüggvény-soros megoldással. A kapott eredmények teljes összhangot mutatnak.

A 9. ábrán bemutatjuk az $n \leq 8$ fokig számított (7) gömbfüggvény-sor és a (2) alapján nyert δN *szintfelület-eltolódások* globális eloszlását. A δN értékek nagysága +82 és -44 cm/év szélső értékek között változik. A geopotenciál gömbfüggvény-együtthatóinak számított időbeli változását az I. táblázat mutatja.

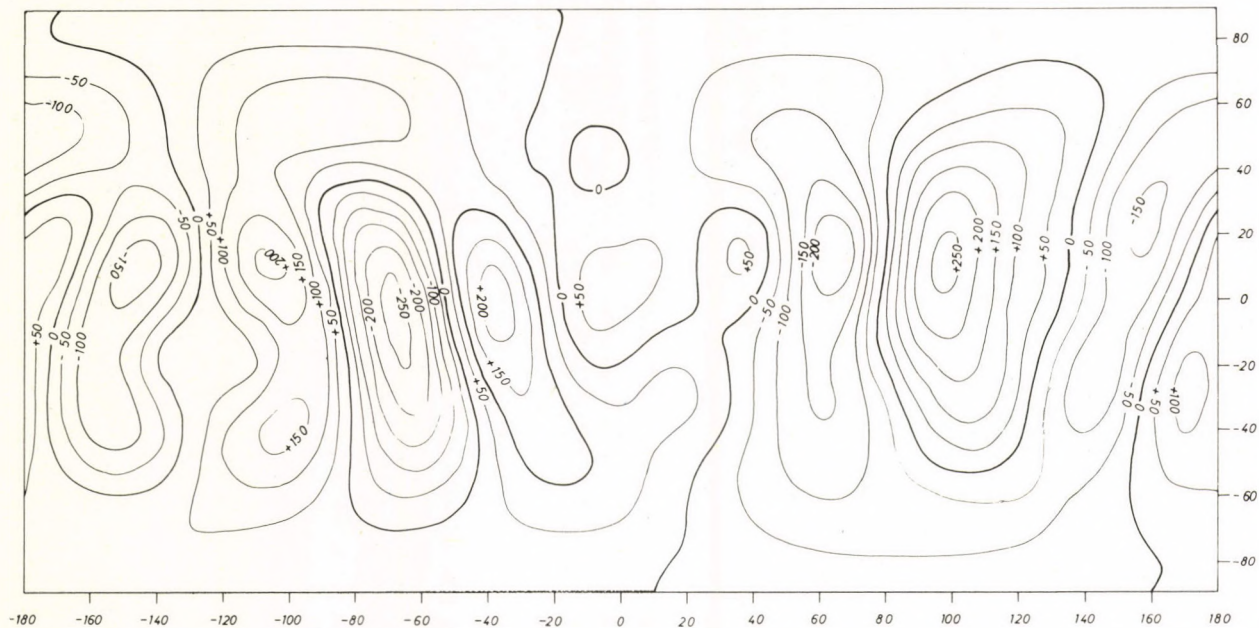
A (24) összefüggésből – a magasságváltozás csekély hatásának elhanyagolása mellett – számítottuk a δg^* *nehézségi változás* gömbfüggvény-sorát, amiből ábrázolni lehetett ennek globális eloszlását (10. ábra); továbbá a gömbfüggvény-sorból számított értékeket a *Barta*-féle modell alapján szimulált mérési eredmények-



9. ábra. A szintfelületek δN függőleges eltolódása. Az izovonalak értékköze 20 cm/év

I. táblázat. A geopotenciál normalizált gömbfüggvény-
együtthatóinak időbeli változása

| n | m | $\delta \bar{C}_{nm}$ | $\delta \bar{S}_{nm}$ |
|-----|-----|-----------------------|-----------------------|
| 2 | 0 | 0.65254967D-23 | |
| 2 | 1 | 0.51429758D-10 | -0.36684490D-10 |
| 2 | 2 | -0.15710007D-07 | -0.16997998D-07 |
| 3 | 0 | 0.21977910D-25 | - |
| 3 | 1 | 0.62191859D-09 | -0.98039896D-08 |
| 3 | 2 | -0.10146989D-07 | -0.34938885D-08 |
| 3 | 3 | 0.10475958D-07 | -0.94606901D-08 |
| 4 | 0 | -0.34623425D-24 | - |
| 4 | 1 | 0.44074349D-09 | -0.31437928D-09 |
| 4 | 2 | -0.76079794D-09 | -0.11631948D-08 |
| 4 | 3 | -0.45227171D-09 | -0.15208437D-08 |
| 4 | 4 | 0.63150282D-08 | -0.17146898D-08 |
| 5 | 0 | -0.41136190D-24 | - |
| 5 | 1 | -0.43445608D-09 | -0.13220028D-08 |
| 5 | 2 | -0.22327063D-08 | -0.76878244D-09 |
| 5 | 3 | 0.36076027D-08 | 0.87585393D-09 |
| 5 | 4 | -0.29678435D-08 | 0.37986664D-08 |
| 5 | 5 | -0.15588383D-07 | 0.25592368D-08 |
| 6 | 0 | -0.61042083D-24 | - |
| 6 | 1 | 0.43764657D-11 | -0.31217027D-11 |
| 6 | 2 | -0.54579955D-09 | -0.58406191D-09 |
| 6 | 3 | -0.49245867D-11 | -0.16625126D-10 |
| 6 | 4 | 0.17191991D-08 | 0.11745744D-09 |
| 6 | 5 | -0.31024969D-10 | -0.13545794D-11 |
| 6 | 6 | -0.26680969D-08 | 0.21132485D-08 |
| 7 | 0 | 0.46187405D-24 | - |
| 7 | 1 | -0.16635772D-09 | -0.74603694D-10 |
| 7 | 2 | -0.48088797D-09 | -0.16558301D-09 |
| 7 | 3 | 0.52056510D-09 | 0.49333513D-09 |
| 7 | 4 | -0.72024088D-09 | 0.92186928D-09 |
| 7 | 5 | -0.84714069D-09 | 0.26157156D-09 |
| 7 | 6 | 0.10904541D-08 | 0.16791520D-08 |
| 7 | 7 | 0.96953556D-11 | 0.58789215D-09 |
| 8 | 0 | 0.11008136D-24 | - |
| 8 | 1 | -0.19723299D-09 | 0.14068493D-09 |
| 8 | 2 | 0.53473322D-09 | 0.25161090D-09 |
| 8 | 3 | 0.23837326D-09 | 0.80473461D-09 |
| 8 | 4 | 0.16281761D-09 | -0.58648604D-09 |
| 8 | 5 | 0.17532292D-08 | 0.76547639D-10 |
| 8 | 6 | 0.21792097D-09 | -0.49842479D-09 |
| 8 | 7 | 0.10992945D-08 | -0.27907217D-08 |
| 8 | 8 | 0.27316658D-08 | 0.87194817D-10 |



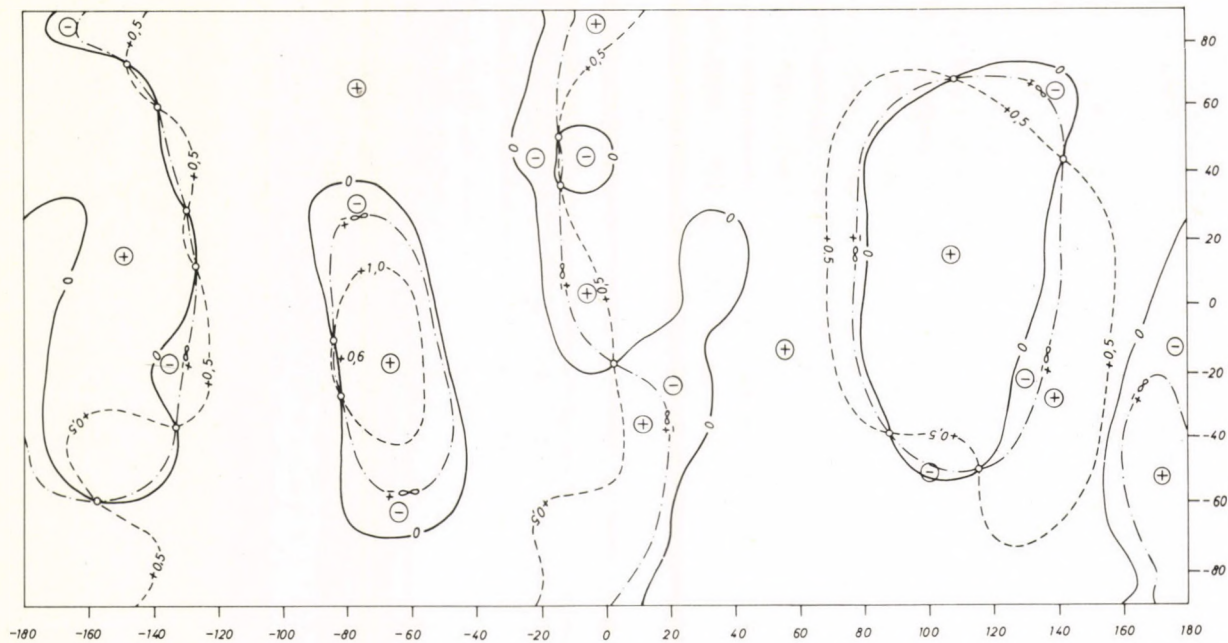
10. ábra. A tengerszinti nehézségi térerősség δg^* időbeli változása. Az izovonalak értékköze 50 $\mu\text{gal/év}$

kel összevetve, képet lehetett alkotni a számítások megbízhatóságáról. δg^* szélső értékei $+261$ és $-270 \mu\text{gal}/\text{év}$.

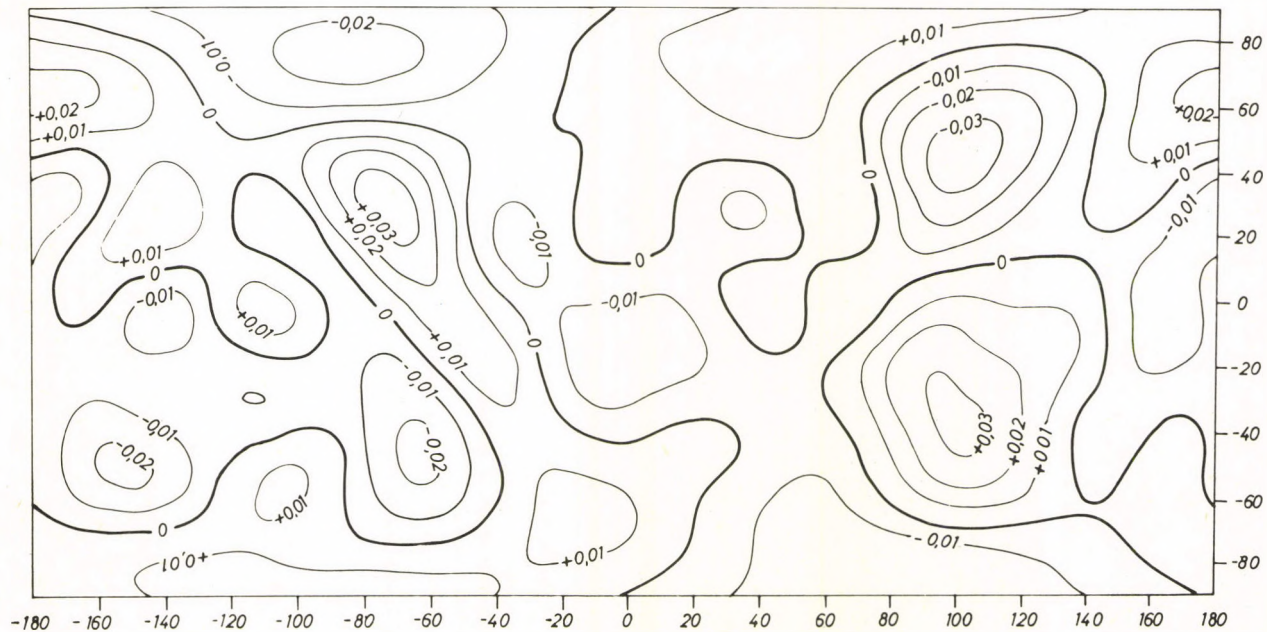
Vizsgáltuk továbbá a $\delta g^*/\delta N$ arányszám globális eloszlását is, amit a 11. ábra szemléltet. Ez az arány zömében 0 és $+0,5 \text{ mgal}/\text{m}$ közötti értékeket vesz fel, de negatív előjelű szűk tartományok is előfordulnak, és szélső esetekben pozitív és negatív értelemben minden határon túl növekvő értékeket is felvesz.

Végül a 12. és 13. ábrán a *helyi függőleges irányváltozásának* a (27)-ből számított eloszlását mutatjuk be. Az összetevők nagysága $+34 \cdot 10^{-3} > \delta\Theta_\phi > -36 \cdot 10^{-3}$ ívmásodperc/év és $+58 \cdot 10^{-3} > \delta\Theta_A > -92 \cdot 10^{-3}$ ívmásodperc/év között változik.

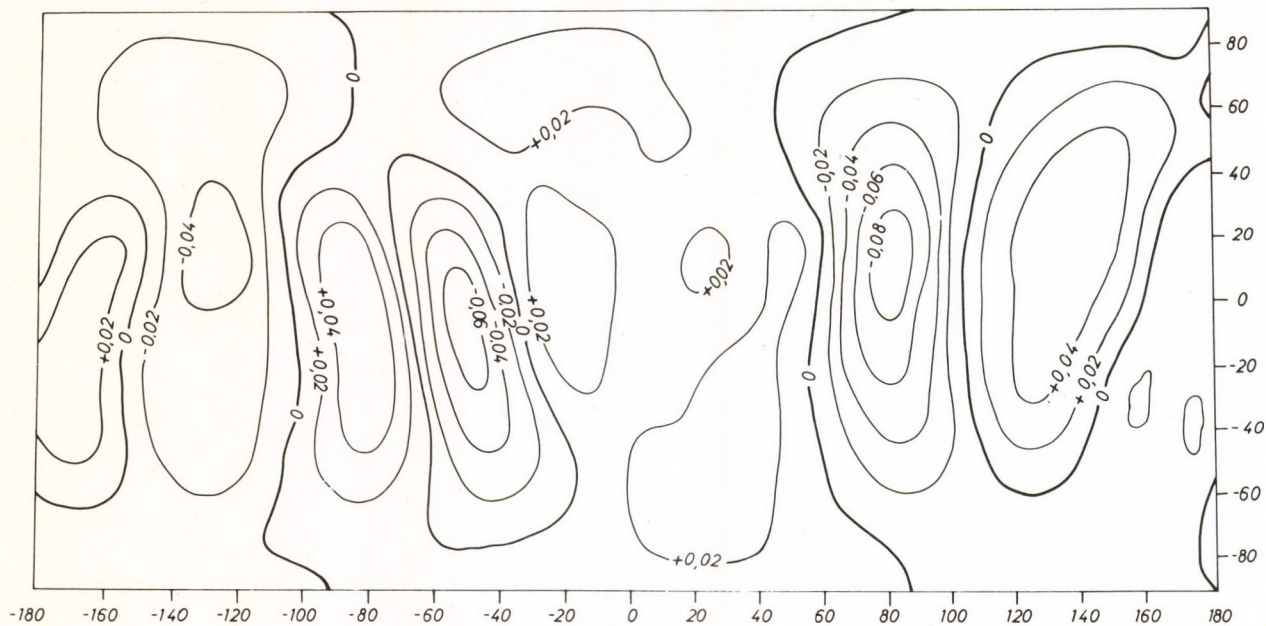
Modellszámításainkat több változatban, különböző kiinduló pontsűrűség és foksám mellett is elvégeztük annak érdekében, hogy keressük a mérési pontok száma és a számítások megbízhatósága közötti tapasztalati összefüggést. Ennek gyakorlati értelme az, hogy kerestük azt a legkisebb állomásszámot, amelynek az ismételt mérése esetén még elfogadható becslést tudunk kapni az időbeli változások mértékére és eloszlására. Ezen számítások eredményét a II. táblázat mutatja, ahol m az indexben jelölt mennyiség négyzetes szórását mutatja.



11. ábra. A $\delta g^*/\delta N$ arány globális eloszlása (mgal/m mértékegységben)



12. ábra. A helyi függőleges irányváltozásának meridiánirányú összetevője. Az izovonalak értékköze 0,01 ívmásodperc/év



13. ábra. A helyi függőleges irányváltozásának meridiánra merőleges irányú összetevője. Az izovonalak értékköze 0,02 ívmásodperc/év

II. táblázat. Különböző pontsűrűségekkel végzett kísérleti számítások eredményeinek összefoglalása

| Sorszám | Ponteloszlás | Pontok száma | Max. fokszám | $m_{\delta g}$, $\mu\text{gal}/\text{év}$ | $m_{\delta N}$, $\text{cm}/\text{év}$ | $m_{\delta \theta_{\Phi}}$, $1'' \cdot 10^{-3}/\text{év}$ | $m_{\delta \theta_{\Lambda}}$, $1'' \cdot 10^{-3}/\text{év}$ |
|---------|--------------------------------|--------------|--------------|---|---|---|--|
| 1 | $10^{\circ} \times 10^{\circ}$ | 612 | 8 | 5,5 | 2,0 | — | — |
| 2 | $20^{\circ} \times 20^{\circ}$ | 162 | 8 | 5,5 | 2,0 | 0,0 | 0,0 |
| 3 | $30^{\circ} \times 20^{\circ}$ | 126 | 8 | 6,5 | 2,0 | 0,9 | 0,6 |
| 4 | $60^{\circ} \times 10^{\circ}$ | 108 | 8 | 80,0 | 19,0 | 17,5 | 18,8 |
| 5 | $40^{\circ} \times 20^{\circ}$ | 90 | 7 | 42,3 | 6,5 | 8,0 | 9,2 |
| 6 | $30^{\circ} \times 30^{\circ}$ | 84 | 6 | 38,8 | 5,6 | 4,9 | 9,2 |
| 7 | $40^{\circ} \times 40^{\circ}$ | 45 | 6 | 65,0 | 13,1 | 9,7 | 17,5 |
| 8 | | | | 46,3 | 9,1 | 7,9 | 11,4 |
| 9 | $60^{\circ} \times 30^{\circ}$ | 36 | 5 | 52,7 | 10,5 | 9,0 | 13,3 |
| 10 | | | | 53,4 | 10,9 | 8,8 | 13,7 |
| 11 | Egyenlítőn | | | | | | |
| | 10° -ként | 36 | 5 | 80,2 | 19,7 | 14,3 | 23,8 |
| 12 | $60^{\circ} \times 40^{\circ}$ | 27 | 4 | 84,8 | 17,2 | 11,6 | 23,3 |

5. GEODINAMIKAI KÖVETKEZTETÉSEK

Elméleti kutatásaink legfontosabb eredményeit a jobb áttekinthetőség érdekében a III. táblázatban foglaltuk össze. A táblázat és az eddigiekben bemutatott vizsgálataink alapján a következő fontosabb *geodéziai-geodinamikai következtetések* vonhatók le.

A nehézségi erőter bármilyen véges δW megváltozása esetén az égitest (a Föld) anyagi felépítésétől teljesen függetlenül az erőter potenciáljának *szintfelületei* δN mértékkel függőleges értelemben *eltolódnak*. Ennek mértéke minden esetben a (2) képlettel számítható. E mellett *a helyi függőleges iránya is változik* $\delta\Theta$ szöggel, amelynek összetevői az erőter változásának vízszintes gradienseivel arányosak. Az említett két hatás eredőjeként a térben $\delta\vec{r}_0$ mértékkel áthelyeződik (elmozdul) a pont eredeti koordinátaival jellemzett ponthely. Ezt nevezzük szorosabb értelemben az erőterváltozás geodéziai hatásának.

Az erőter megváltozása ezért általában a felszíni pontok δH *magasságváltozását* is okozza. Ez alól kivételt csak az ideális folyadékkal borított földmodell képez, ahol magasság- vagy magasságkülönbség-változás nem állhat elő. Ennek megfelelően, ha a valódi Föld szilárd felszínén mindenhol szignifikánsan nulla értékű magasság- és magasságkülönbség-változást tapasztalnánk, ebből a kéreg *folyadékszerű* vi-

III. táblázat. Az elméleti összefüggések összefoglalása

| Egy dimenzió | δN | δH | δr | δg^* | δW | $\delta W = \frac{kM}{r} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{a}{r} \right)^n (\delta C_{nm} \cos m\lambda + \delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \vartheta)$ |
|--|--------------------------|---------------------------------------|------------------------------|--|--|---|
| merev | $\frac{\delta W}{g}$ | $-\delta N \geq 0$ | $\equiv 0$ | $-\delta g = \frac{\partial}{\partial H} \delta W$ | $\delta W = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g S^*(\psi) d\sigma$ | |
| merev + elm. belső mag | $\frac{\delta W}{g}$ | $-\delta N \geq 0$ | $\equiv 0$ | $\delta g = \frac{2}{R} \delta W$ | $\delta W = \frac{R}{2} \delta g$ | |
| folyadék | $\frac{\delta W}{g}$ | $\equiv 0$ | $\equiv \delta N \geq 0$ | $-\delta g^* = \left(\frac{\partial}{\partial H} \delta W \right) - \left(\frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial H} \right) \delta W$ | $\delta W = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g^* S(\psi) d\sigma$ | |
| rugalmas, $1 - h^* + k^* = D$ | $\frac{\delta W}{g}$ | $-\frac{D}{1+k^*} \delta N$ | $\frac{h^*}{1+k^*} \delta N$ | $-\delta g^* = \left(\frac{\partial}{\partial H} \delta W \right) - \left(\frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial H} \right) \frac{h^*}{1+k^*} \delta W$ | $\delta W = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \delta g^* S^c(\psi, h^*, k^*) d\sigma$ | |
| valódi | $\frac{\delta W}{g}$ | δH mérés | $\delta N + \delta H$ | $-\left[\delta g^* - \left(\frac{\partial g}{\partial H} \right) \delta H \right] = \left(\frac{\partial}{\partial H} \delta W \right) - \left(\frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial H} \right) \delta W$ | $\delta W = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \left(\delta g^* + \frac{2g}{R} \delta H \right) S(\psi) d\sigma$ | |
| Három dimenzió | $\delta \vec{r}_0$ | $\delta \vec{r}^*$ | $\delta \vec{r}$ | | | |
| $-\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \delta W$ | $r \delta \Phi^*$ | | | $\delta \vec{g}^* - \mathbf{E} \delta \vec{r}^* = \text{grad } \delta W + \mathbf{E} \delta \vec{r}_0 (\delta W)$ | | |
| $\frac{1}{g \cos \Phi} \frac{\partial}{\partial \lambda} \delta W$ | $r \cos \Phi \delta A^*$ | $\delta \vec{r}_0 + \delta \vec{r}^*$ | | $G\left(\delta g^*, \delta \Phi^*, \delta A^*, \delta H, \frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}, \frac{\partial g}{\partial r}\right) = f\left(\frac{\partial}{\partial r} \delta W, \frac{\partial}{\partial \vartheta} \delta W, \frac{\partial}{\partial \lambda} \delta W, \delta W, \frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}, \frac{\partial g}{\partial r}\right)$ | | |
| $\frac{1}{g} \delta W$ | δH | | | | | |

selkedésére következtethetnénk (mert erőtváltozások igen nagy valószínűséggel várhatók). A $\delta H \neq 0$ tapasztalt magasságváltozások viszont a kéreg *nem folyadékszerű* viselkedésére utalnak.

A magasságváltozás a vizsgált *modellek* esetében az erőter változásából (matematikai függvénykapcsolattal) egyértelműen számítható, azonban a *Föld* esetében ez az egyértelmű meghatározó kapcsolat megszűnik, mert a földfelszín mozgásai egyidejűen (egymástól jobbra független) több okból is bekövetkezhetnek. A Föld esetében tehát a magasságváltozás mindenképpen *méréssel meghatározandó* mennyiség. Erre megfelelő geodéziai mérési módszer a mindenkori középtengerszinthez csatlakozó ismételt szabatos szintezés (beleértve a hozzátartozó nehézségi mérést is).

Vizsgálataink egyértelműen mutatják, hogy időben változó erőterben *a magasságváltozás a felszíni pont δr valódi függőleges mozgásával általában nem azonos*. Ezt különösen meggyőzően mutatja a merev kérgű és az ideális folyadékkal borított földmodell esete, de jól látható a többi vizsgált esetben, így a valódi Föld esetében is. Míg a vizsgált modellek esetében vagy a modell jellegéből következően, vagy az erőter változásából (a szintfelületeltolódásból) egyértelműen meghatározható a valódi függőleges felszínmozgás, addig a valódi Föld esetében az erőtváltozás hatásának

ismerete mellett a *mért* magasságváltozás is szükséges ehhez.

Mindezekből következik, hogy a (mért) magasságváltozás a felszínnek az erőter szintfelületeihez viszonyított *relatív függőleges mozgását és nem a valódi alakváltozását mutatja.*

Ha a felszínmozgást (helyesen) térben (három dimenzióban) vizsgáljuk, akkor a magasságmérést még ismételt *földrajzi helymeghatározás-méréssel is ki kell egészíteni*, melynek eredményeként kapjuk a $\delta\Phi^*$ és δA^* szintfelületi földrajzi szélesség- és hosszúságváltozást. Ezek azonban (a magasságváltozáshoz hasonlóan) a földfelszíni pont *relatív vízszintes mozgását* jellemzik. A relatív vízszintes és függőleges mozgás eredményeként kapjuk a $\delta\vec{r}^*$ *relatív felszínmozgást* a megváltozott erőter azon pontjához viszonyítva, melynek természetes koordinátái megegyeznek a vizsgált földfelszíni pont kezdeti természetes koordinátaival.

A teljes *valódi felszínmozgás* $\delta\vec{r}$ vektorát a relatív felszínmozgás $\delta\vec{r}^*$ és az erőterváltozás geodéziai hatását kifejező $\delta\vec{r}_0$ vektor eredőjeként tudjuk meghatározni.

A *nehézségi térerősség* δg^* *változása* általában differenciálegyenlet alakjában hozható kapcsolatba az erőter potenciáljának δW megváltozásával. Ez azt mutatja, hogy elméletileg általában *nincs egyszerű lineáris kapcsolat (arányosság)* a térerősség- és a potenciálváltozás között. Egyetlen kivétel az a különleges eset, ha merev kérgű, gömbszimmetrikus tömeg-

eloszlású földmodell pontszerűnek tekinthető központos magjának kis áthelyeződése okozza az erőtérváltozást. Ez esetben a térerősség és a potenciálváltozás között egyenes arányosság áll fenn.

Minden egyéb esetben a térerősség-változás a potenciálváltozás és megfelelő első parciális deriváltjának (deriváltjainak) lineáris függvényeként fejezhető ki. A valódi Föld esetében a földfelszíni térerősség-változás mellett még a relatív felszínmozgás hatását is figyelembe kell venni. Ehhez a térerősség megfelelő (függőleges és vízszintes) gradienseinek az ismerete is szükséges.

Ezen megállapításoknak három fontos következménye van abban az esetben, ha földfelszíni mérések alapján az erőter időbeli változását kifejező δW potenciálváltozást és ezzel együtt a valódi felszínmozgást kívánjuk meghatározni.

Mivel a mérhető mennyiségek és a keresett δW függvény közötti kapcsolat *differentiálegyenletként* ismert, amelynek a megoldása integrálás révén lehetséges, a megoldáshoz *az egész földfelszínt borító hálózatban* kell a szükséges méréseket elvégezni. Egyetlen vagy néhány állomás mérési eredményeiből az erőter változására *nem lehet* következtetést levonni.

A valódi Föld vonatkozásában egydimenziós megoldás esetén ismételt abszolút *nehézségi mérés* mellett ismételt *szintezést* is kell

végezni, teljes térbeli megoldás esetében az előbbieken kívül a *nehézségi gradienseket* kell mérni, és ismételt *földrajzi helymeghatározást* is kell végezni az említett világhálózat minden pontjában. A megoldás megbízhatósága tovább fokozható ismételt *szatellita-geodéziai helymeghatározások* eredményeinek bevonásával.

Mivel az említett méréseket a földfelszínen végezzük (hiszen ennek alakváltozásait keressük), a mérési eredmények nem teljes térbeli eloszlásban, hanem csak zárt felület mentén lehetnek ismertek. Ennek következtében a megismert differenciálegyenlet-alakok nem alkalmasak δW térbeli eloszlásának meghatározására, csak *peremfeltételként* szolgálhatnak a mérési eredményekkel mint peremértékekkel, a δW függvénynek peremérték-feladat megoldásakénti meghatározásához.

A nehézségi erőter időbeli változását leíró $\delta W = \delta W(r, \vartheta, \lambda)$ függvénynek mérési eredmények alapján végzett meghatározására minden esetben alkalmas a függvény általános alakját leíró *gömbfüggvény-sor*, amelynek együtthatóit peremfeltétel (és a benne szereplő ismert peremértékek) segítségével tudjuk kiszámítani. Az így nyert δC_{nm} , δS_{nm} együtthatók a *geopotenciál gömbfüggvény-együtthatóinak időbeli változását* adják meg.

Ha az erőter vízszintes változásától eltekinünk és csak a függőleges változásra korlátozódunk (egydimenziós megoldásban), akkor álta-

lában a *felületi integrálás* is célravezető. Ez esetben a peremértékeknek – a *Stokes*-féle integrálképlethez hasonló – numerikus felületi integrálását kell elvégezni. Súlyfüggvényként a folyadékkal borított földmodell és a valódi Föld esetében az eredeti *Stokes*-féle függvényt kell alkalmazni, míg a merev és a rugalmas kérgű modell esetében külön ki kell számítani a súlyfüggvény modellnek megfelelő $S^r(\psi)$, illetve $S^e(\psi, h^*, k^*)$ alakját. (Az ehhez szükséges összefüggéseket a 3.1.1 szakaszban megadtuk.)

Kivételt képez itt is a merev kérgű földmodell gömbszimmetrikus tömegeloszlású, gömb alakú különleges esete, ha az erőter változását a pontszerű központos mag áthelyeződése okozza. Ebben az egyetlen esetben ugyanis a δW és a δg között fennálló egyszerű arányosságból δW pontonként meghatározható.

Végső megállapításként tehát kimondhatjuk, hogy a valódi Földre vonatkozóan a geodéziai-geodinamikai peremérték-feladat megoldásához, vagyis a földfelszíni pontok valódi $\delta \vec{r}$ mozgásának és az erőter δW változásának meghatározásához olyan *geodinamikai állomások világhálózata* szükséges, amelyekben ismételt abszolút nehézségi mérések, szabatos szintezések, földrajzi helymeghatározás-mérések, szatellitageodéziai helymeghatározások eredményei, valamint a nehézségi gradiensek ismertek.

A Nemzetközi Geodéziai Szövetség (IAG) vonatkozó javaslataink figyelembevételével megkezdte az ilyen célú Nemzetközi Abszolút Gravitációs Világhálózat (IAGBN) tervezését. Remélhető, hogy a hálózat állomásain 1990-ig a mérések is megkezdődnek.

6. IRODALOM*

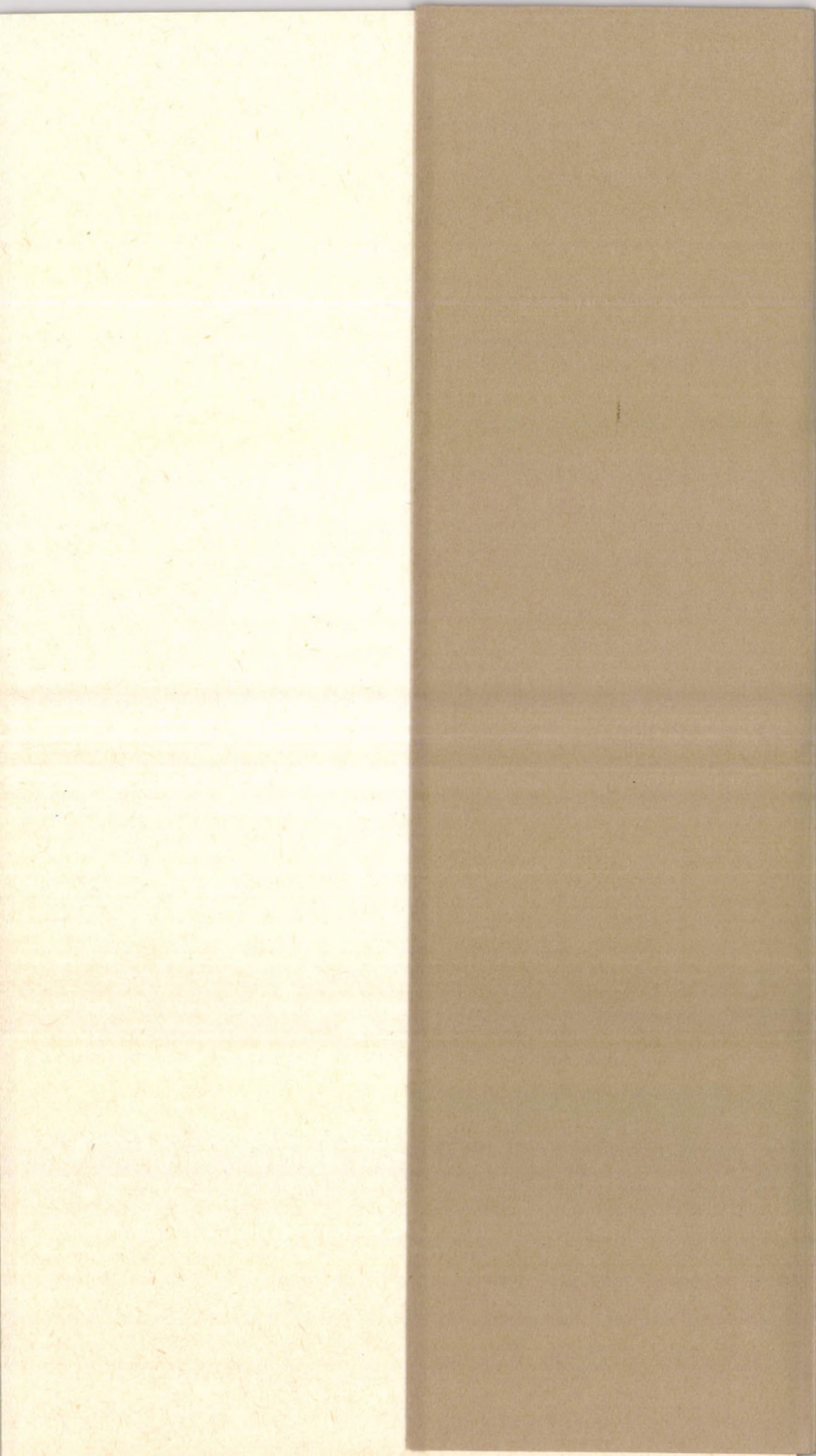
- BARTA, GY.: On the hypothesis of the secular variation of gravity field. *Bulletin Geodésique*, 100, 165–173, 1971.
- BARTA GY.: Hipotetikus szekuláris gravitációs változási térkép. *Magánközlés*, Budapest, 1972.
- BARTA, GY.: Mass distribution of the Earth on the surface and at depth and the global secular variation of the gravity field. *Bulletin d'Information Bureau Gravimetrique International*, 44, I–D–24–29, 1979.
- BARTA, GY.: Some properties of the Earth's core looked upon on the basis of investigations of the force field of the Earth. *Acta Geod., Geoph. et Montanist.* 20, 25–59, 1985.
- BARTA GY., HAJÓSI A.: A „g” értékének időbeli változása a mélyhatók helyzetének változása következtében. *Magánközlés*, Budapest, 1978.
- BIRÓ P.: A Föld alakja az újabb kutatások tükrében. *MTA X. Osztályának közleményei* 3, 295–309, 1970.
- BIRÓ, P.: Vertical Earth's crust movements and secular variations of the Earth's gravity field. Report presented at the XV-th General Assembly of IUGG, Moscow, 1–8, 1971.
- BIRÓ, P.: Der Einfluss von zeitlichen Änderungen des Erdschwerefeldes auf die Höhe von Nivellements festpunkten. *Wiss. Mitteilungen aus dem Inst. für theor. Geod. der Uni. Bonn*, 12, 1–12, 1973.
- BIRÓ, P.: Der Einfluss der Säkularänderung des Erdschwerefeldes auf die nivellierten Höhenunterschiede. 2. Internationales Symposium „Geodäsie und Physik der Erde” Potsdam, 1973, 315–322, 1974.
- BIRÓ P.: A magasságmeghatározás elmélete időben változó erőterben. *Doktori értekezés*, MTA, Budapest, 1–162, 1974.
- BIRÓ, P.: Über einige Probleme der Höhenbestimmung im zeitlich variablen Schwerefeld. *Periodica Polytechnica C. E. Budapest*, 19, 25–32, 1975.

*Az irodalomjegyzék a hazánkban működő szerzők által a székfoglaló témakörében megjelentetett magyar és idegen nyelvű műveket tartalmazza.

- BIRÓ, P.: Vertical crustal movements and time changes of the gravity field. Report presented at the Symposium on Recent Crustal Movements of the XVI-th General Assembly of IUGG Grenoble, 1–8, 1975.
- BIRÓ P.: A felszínmozgások vizsgálata és a Föld dinamikai folyamatai. Geod. és Kart. 29, 9–18, 1977.
- BIRÓ, P.: Geodynamische Aspekte der Geodäsie. Periodica Polytechnica C. E. Budapest, 21, 3–14, 1977.
- BIRÓ, P.: Geodynamic aspects of repeated geodetic levellings. Report Presented at the XVII-th General Assembly of IUGG Canberra, 1–23, 1979. Periodica Polytechnica C. E. Budapest, 24, 3–12, 1980.
- BIRÓ, P.: Geodynamic aspects of repeated geodetic levellings and gravity observations. Acta Geod., Geoph. et Montanist. Acad. Sci. Hung. 16, 15–26, 1981.
- BIRÓ, P.: Zur Anwendung der Stokes'schen Formel für zeitliche Schwereänderungen. Zeitschrift für Vermessungswesen 106, 523–531, 1981.
- BIRÓ, P.: Time Variation of Height and Gravity. Akadémiai Kiadó, Budapest and Herbert Wichmann Verlag, Sammlung Wichmann Bd. 14, Karlsruhe, 1–160, 1983.
- BIRÓ, P.: The role of gravimetry in the geodynamic interpretation of geodetic observation. Proceedings of IAG Symposia, Hamburg, 1983, Vol. 1. 54–62. OSU, Columbus, Ohio, 1984.
- BIRÓ, P.: Physikalische Interpretation der Meßergebnisse von wiederholten geodätischen Beobachtungen. Vermessungstechnik 32, 48–49, 1984.
- BIRÓ P., HECK B.: A szatellita-geodéziai állomáskoordináták változása és a valódi felszínmozgások. Geod. és Kart. 38, 238–243, 1986.
- BIRÓ, P., HECK, B., THÔNG, N. C.: On a new approach in to the solution of the three-dimentional geodetic-geodynamic boundary value problem. AVN International Edition 3/86, 9–21, 1986.
- BIRÓ, P., THÔNG, N. C.: Time variation in geopotential in spherical harmonics. Acta Geod., Geoph. et Montanist. 21, 1–2, 31–40, 1986.
- BIRÓ, P., THÔNG, N. C.: Relative and the surface movement. Journal of Geodynamics 8, 2–4, 275–279, 1987.
- BIRÓ, P., THÔNG, N. C., WEISZ, E.: A contribution to the network design of the International Absolute Gravity

- Base Station Network. Circular letter to the members of the SSG 3.87 IAG, Budapest, 1984.
- BIRÓ, P., THÔNG, N. C., WEISZ, E.: An estimation of the needed density of stations the International Absolute Gravity Base Net. Report to the joint meeting of SSG 3.85, 3.86 and 3.87 IAG, Paris, 1985. Bulletin d'Inf. Bur. Grav. Int. 57, 82–96, Toulouse, 1985.
- BIRÓ, P., THÔNG, N. C., WEISZ, E.: Modelling of secular variations in gravity and in geoidal undulations. Periodica Polytechnica C. E. 30, 23–36, 1986.
- HO SY DIEP: A geoidi pontok helyi függőleges irányának a nehézségi erőter időbeli változása következtében fellépő megváltozása. BME Diplomaterv, Budapest, 1985.
- THÔNG, N. C.: A valódi felszínmozgás meghatározása gömbfüggvénysorral. Geod. és Kart. 37, 261–265, 1985.
- THÔNG, N. C.: Modellszámítások a nehézségi erőter időbeli változására. Geod. és Kart. 37, 94–100, 1985.
- THÔNG, N. C.: Modellszámítások a nehézségi erőter időbeli változása geodéziai hatásának meghatározására. Geod. és Kart. 37, 349–355, 1985.
- THÔNG, N. C.: A valódi felszínmozgás meghatározása és numerikus problémái. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1985.
- WEISZ, E.: Modellszámítások valódi függőleges felszínmozgások meghatározására. BME Tudományos Diákköri Pályázat, Budapest, 1984.
- WEISZ, E.: A szintfelületeknek (a geoidnak) a nehézségi erőter időbeli változása következtében várhatóan létrejövő függőleges elmozdulása. BME Diplomaterv, Budapest, 1984.
- WEISZ, E.: Modellszámítások a valódi függőleges felszínmozgások meghatározására. Geod. és Kart. 37, 101–105, 1985.





Ára: 25,— Ft